

# ЦИФРОВАЯ ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ

Научно-технический журнал  
№ 1/2014

Издается с 1999 года  
Выходит четыре раза в год

**ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР**  
д.т.н., чл. кор. РАН Ю.Б. ЗУБАРЕВ

## ЗАМЕСТИТЕЛИ ГЛАВНОГО РЕДАКТОРА:

д.т.н., проф. В.В. ВИТЯЗЕВ,  
д.т.н., проф. В.П. ДВОРКОВИЧ

## РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

д.т.н., проф. А.С. Аджемов, д.т.н., проф. Б.А. Алпатов,  
д.т.н., проф. В.Г. Бартенев, д.т.н. Ю.И. Борисов,  
д.т.н., проф. Ю.А. Брюханов, д.т.н., проф. В.В. Еремеев,  
д.т.н. Г.В. Зайцев, Р.В. Зубарев, к.т.н. А.П. Кирпичников,  
д.т.н., проф. М.И. Кривошеев,  
д.т.н., акад. РАН Н.А. Кузнецов, В.Г. Мистюков,  
д.т.н., проф. С.Л. Мишенков,  
д.т.н., проф. А.А. Петровский,  
д.т.н., проф. Ю.Н. Прохоров, д.т.н., проф. В.Г. Санников,  
д.т.н., проф. В.С. Сперанский,  
д.т.н., проф. Ю.С. Шинаков

## Адрес редакции:

107031 Москва, Рождественка, 6/9/20, стр. 1  
Тел.: (495) 621-06-10, (495) 621-16-39  
Факс: (495) 621-16-39  
E-mail: rntores@mail.ru  
vityazev.v.v@rsreu.ru  
http://www.dspsa.ru

## Издатель:

Российское научно-техническое общество  
радиотехники, электроники и связи им. А.С. Попова  
Компьютерная верстка: И.А. Благодарова  
Дизайн: М.В. Аверин

Подписной индекс по каталогу  
ОАО «Роспечать» – **82185**

Подписано в печать 12.03.14 г.  
Формат 60x90/8.

Гарнитура «Arial». Печать офсетная.  
Бумага офсетная. Печ.л. 6,5. Тираж 700 экз.

Заказ № 1513. Отпечатано в  
ООО НПЦ «Информационные технологии»  
Рязань, ул. Островского, д. 21/1  
тел.: (4912) 98-69-84

Подписной индекс по каталогу  
ОАО «Роспечать» – **82185**

## УЧРЕДИТЕЛИ: ЗАО «Инструментальные системы» ФГУП «НИИ радио»

### В НОМЕРЕ:

- Пономарев В.А., Пономарева О.В.,  
Пономарев А.В., Пономарева Н.В.**  
*Обобщение алгоритмов Герцеля и скользящего  
параметрического дискретного преобразования Фурье* ..... 3
- Вздулева Н.О., Гитлин В.Б.**  
*Каскадное соединение оптимальных КИХ-фильтров  
с линейной фазой* ..... 12
- Линович А.Ю.**  
*Оптимизация многоскоростного адаптивного фильтра  
с равномерным разбиением по частоте  
при использовании алгоритма  
наименьшего среднеквадратического отклонения* ..... 16
- Козлов С.В., Мазилев С.Л., Усков А.В.**  
*Особенности и характеристики  
восстановления частоты цифровыми функциональными  
устройствами записи и воспроизведения радиосигналов  
в многосигнальном режиме* ..... 24
- Макаров К.С.**  
*Методы распознавания модуляции* ..... 29
- Туровский Я.А., Кургалин С.Д., Семёнов А.Г.**  
*Метод оценки взаимодействия локальных экстремумов  
для матриц коэффициентов непрерывного  
вейвлет-преобразования сигналов ЭЭГ* ..... 36
- Петров Е.П., Харина Н.Л., Ржаникова Е.Д.**  
*Фильтрация цифровых полутонковых изображений  
на основе цепей Маркова с несколькими состояниями* ..... 42
- Умняшкин С.В., Гизятуллин Р.Р.**  
*Сжатие изображений на основе блочной декомпозиции  
в области пакетного вейвлет-преобразования* ..... 47
- Аминева Д.А., Фокин А.Н.**  
*Методы селекции кадрового синхроиимпульса  
для ввода несжатого видеопотока от однонаправленной  
однорядной цифровой линии и их реализация на ПЛИС* ..... 52
- Панкратов В.Г., Карих А.А.,  
Панфилов В.Н., Гуров А.Д.**  
*Вычисление функции неопределенности для пассивной  
локации на ПЛИС и графическом процессоре* ..... 56
- Буров В.Н., Букварев Е.А.**  
*Реализация алгоритма вычисления весовых  
коэффициентов многоканального компенсатора АШП  
на цифровом сигнальном процессоре TS201S* ..... 66

Издание зарегистрировано в Министерстве  
Российской Федерации по делам печати,  
телерадиовещания и средств  
массовых коммуникаций.  
Свидетельство о регистрации ПИ № 77-1488  
от 14.01.2000 г.

Журнал «Цифровая обработка сигналов» включен  
в Перечень ведущих рецензируемых научных изданий,  
в которых по рекомендации Минобрнауки РФ, должны быть  
опубликованы основные научные результаты диссертаций  
на соискание ученой степени доктора и кандидата наук.

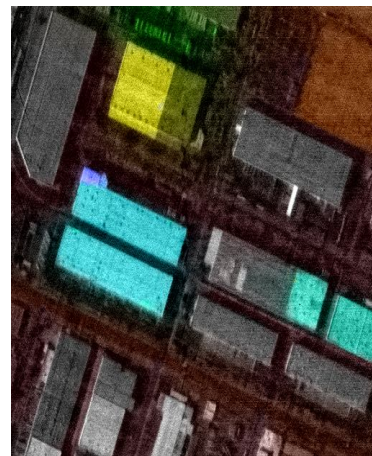
## ЗАО «ИНСИС»-25 ЛЕТ ЛИДЕРСТВА И ИННОВАЦИЙ

1 марта 1989 года в СССР был зарегистрирован научно-технический кооператив «Инструментальные Системы», учредители которого – группа молодых инженеров – поставили перед собой амбициозную задачу: обеспечить отечественные НИИ и КБ эффективными инструментами разработки аппаратных и программных комплексов на базе микропроцессоров и микроконтроллеров. Одним из направлений этой деятельности, в дальнейшем ставшей основной, стала разработка и производство модулей цифровой обработки сигналов на основе новейших DSP процессоров. Несмотря на то, что DSP-процессоры были практически неизвестны в СССР и, более того, недоступны, для инженеров НТК «ИнСис» было очевидно, что в ближайшие годы произойдет «DSP-революция». Через девять месяцев со дня основания НТК «ИнСис» родился первый отечественный модуль ЦОС на базе процессора TMS32010, который был использован НПО «Уникального приборостроения» РАН в приемной аппаратуре крупнейшего в мире радиотелескопа РАТАН-600, предназначенного для поиска внеземных цивилизаций. С первых дней своей деятельности специалисты НТК «ИнСис», преобразованного в 1994 году в закрытое акционерное общество, поставили перед собой высокую планку – разрабатывать изделия, не уступающие лучшим мировым образцам. И в 1994 году такая задача в основном была решена: по техническим их с начавшего формироваться российского рынка DSP-продукции.

Дальнейшее развитие компании – это движение по восходящей от относительно простых изделий к сложным системам. Сегодня на рынок поставляется самый широкий в отрасли спектр унифицированных электронных модулей с процессорами ЦОС и ПЛИС последнего поколения, мезонинные модули АЦП, ЦАП, цифровые RF-приемники. Были освоены высокоскоростные интерфейсы PCIe, SRIO, 1G Ethernet, USB 3.0 и другие. Не остались в стороне промышленные стандарты CompactPCI, VME, VPX. Ведется инновационная деятельность – предложены собственные протоколы и рекомендации. Этим компания «ИнСис» создает новые возможности и конкурентные преимущества для потребителей своей продукции. Сегодня основные усилия специалистов «ИнСис» сосредоточены на выполнении заказных НИОКР и последующем мелкосерийном производстве разработанных образцов. ЗАО «ИнСис» сотрудничает с рядом российских компаний, участвующих в реализации Федеральных программ: «Модернизация ЕС ОВД РФ»; «Создание и развитие системы мониторинга геофизической обстановки на территории РФ». В рамках этого сотрудничества «ИнСис» разрабатывает и поставляет модули ЦОС производителя РЭА для аэродромных и трассовых радиолокационных комплексов управления воздушным движением самолетов на трассах гражданской авиации, для метеорологических радиолокаторов по заказу Росгидромета, для бортовых радиолокационных комплексов авиационного и космического базирования типа «Северянин-М», обеспечивающих дистанционное зондирование земной поверхности.

Несмотря на замедление темпа роста российской экономики ЗАО «ИнСис» завершило 2013 год увеличением объема реализованной продукции более чем на 30%. Согласно данным Национального Бизнес Рейтинга «Лидер России 2013» с основным видом деятельности ОКВЭД 30.02 «Производство ЭВМ и прочего оборудования для обработки информации» ЗАО «ИнСис» заняло 1 место среди малых предприятий Российской Федерации по совокупности показателей финансово-хозяйственной деятельности на 30 сентября 2013 года. Такая динамика развития компании обусловлена существующим на рынке спросом на высокотехнологичные, качественные и надежные изделия. Высокий уровень и качество выпускаемой продукции ЗАО «ИнСис» опираются на современные средства проектирования, развитую технологическую базу производства в сочетании с проведением тщательных испытаний изделий. На предприятии действует система менеджмента качества в соответствии с требованиями ГОСТ ISO 9001-2011.

Настоящее и будущее ЗАО «ИнСис» – его кадры. Успех компании и ее лидирующее положение достигнуты благодаря уникальному коллективу сотрудников, прошедших школу советских оборонных НИИ, и талантливой молодежи, постоянно пополняющей ряды ЗАО «ИнСис». В компании работают выпускники МФТИ, МИФИ, МЭИ. Для обеспечения притока молодых специалистов «ИнСис» сотрудничает с профильными факультетами Института радиоэлектроники НИУ МЭИ и МТУСИ, участвуя в оснащении учебных лабораторий современными аппаратными и программными средствами ЦОС, приглашая студентов старших курсов для прохождения производственной практики и написания дипломных работ. Но главное богатство ЗАО «ИнСис» – его Заказчики, плодотворное сотрудничество с которыми не прекращается на протяжении многих лет. Мы гордимся своей сопричастностью к их успехам. Накопленный за прошедшие годы кадровый, научно-технический, производственный потенциал и опыт разработки нескольких сотен типов изделий убедительно демонстрирует, что ЗАО «ИнСис» и в дальнейшем будет занимать ведущее положение на рынке устройств ЦОС.



*Директор ЗАО «ИнСис»*

*Р.В. Зубарев*

УДК 621.391

## ОБОБЩЕНИЕ АЛГОРИТМОВ ГЕРЦЕЛЯ И СКОЛЬЗЯЩЕГО ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО ДИСКРЕТНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ

*Пономарев В.А., д.т.н., профессор Ижевского государственного технического университета имени М.Т. Калашникова, e-mail:ponva@mail.ru;*

*Пономарева О.В., к.т.н., доцент Ижевского государственного технического университета имени М.Т. Калашникова;*

*Пономарев А.В., к.э.н., руководитель аппарата Центральной избирательной комиссии Удмуртской Республики;*

*Пономарева Н.В., руководитель отдела тестирования ПО НПО «Компьютер»*

**Ключевые слова:** параметрическое дискретное преобразование Фурье, скользящее параметрическое дискретное преобразование Фурье, обнаружение, гармоническая компонента, алгоритм Герцеля, гребенчатый фильтр.

### Введение

При решении задач диагностирования объектов в различных предметных областях научных исследований приходится сталкиваться с цифровой обработкой случайных сигналов, содержащих «скрытые» гармонические (тональные) компоненты (решение так называемой задачи выявления скрытых периодичностей [1-18]). Например, в пассивной гидролокации анализ таких сигналов осуществляется при решении задачи обнаружения и классификации как надводных, так и подводных судов [2]. В машиностроении при виброакустическом функциональном диагностировании объектов широкое распространение получил анализ виброакустических сигналов, структура которых характеризуется наличием гармонических рядов, порождаемых теми или иными дефектами, при функционировании различных узлов и механизмов [3]. В некоторых приложениях сигналы со скрытыми периодичностями создаются искусственно, например, в телефонии при реализации тонального набора

Отметим, что методы выявления скрытых периодичностей основаны, как правило, на цифровой фильтрации или спектральном анализе - двух направлениях развития цифровой обработки сигналов[3].

Для эффективного решения задачи выявления скрытых периодичностей, как методами цифровой фильтрации (обработка реализуется КИХ-фильтрами или БИХ- фильтрами), так и методами спектрального анализа (анализ осуществляется с применением дискретного преобразования Фурье (ДПФ) или параметрического дискретного преобразования Фурье (ДПФ-П)) важно обеспечить:

- высокую разрешающую способность цифровой обработки;
- устойчивость выбранной дискретной системы фильтрации;
- полный контроль над резонансной частотой вы-

*Рассмотрены основные методы обнаружения отдельных тональных компонент и алгоритмы их реализации. Введено понятие цифровой блочной обработки с накоплением (ЦБОН), которая позволяет реализовать ДПФ и ДПФ-П с нарастающей памятью (от блока к блоку). Предложено обобщение алгоритма однобинового скользящего параметрического дискретного преобразования Фурье (СДПФ-П). Обобщенный алгоритм ОСДПФ-П, в отличие от алгоритма СДПФ-П, позволяет существенно сократить число операций, необходимых для выхода алгоритма на режим скользящего измерения. Предложено обобщение алгоритма Герцеля. В отличие от стандартного алгоритма Герцеля, обобщенный алгоритм позволяет путем ЦБОН повысить разрешающую способность спектрального анализа, сохраняя устойчивость фильтра и полный контроль над его резонансной частотой.*

бранной дискретной системы фильтрации;

- минимум времени цифровой обработки и объема необходимой памяти для ее осуществления.

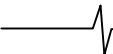
Отметим, что решение задачи выявления скрытых периодичностей часто осложняется тем, что исследуемые сигналы имеют спектр Фурье, изменяющийся во времени. Одним из методов эффективного выявления скрытых периодичностей в такого рода сигналах является измерение текущего скользящего фурье-спектра (иногда называемого текущим спектром) [1, 4, 5]. Суть подхода заключается в определении фурье-спектра сигнала во временном окне в  $N$  отсчетов. При этом перед повторным спектральным измерением окно смещается на один отсчет.

Общим недостатком существующих методов измерения скользящих спектров Фурье [4, 9] является необходимость выполнения большого числа операций при выходе на режим скользящего измерения. Сокращение числа этих операций при одновременном обеспечении высокой разрешающей способности спектрального анализа является важной практической задачей.

Целью настоящей работы является разработка методов и алгоритмов, обеспечивающих решение поставленных задач.

### Методы и алгоритмы обнаружения отдельных гармонических компонент

Алгоритм Герцеля является эффективным методом вычисления однобинового дискретного преобразования Фурье (ДПФ). Стандартная структура фильтра Герцеля



приведена на рис.1а. Алгоритм Герцеля широко применяется при декодировании DTMF сигналов (DTMF – Dual Tone Multi Frequency) – двухтональных многочастотных сигналов, используемых при тональном наборе телефонного номера.

Алгоритм Герцеля позволяет вычислить значение  $k$ -го бина  $N$ -точечного ДПФ [2,4]:

$$S_N(k) = \sum_{n=0}^{(N-1)} x(n) \cdot W_N^{kn}, \quad W_N^{kn} = \exp(-j \frac{2\pi}{N} kn), \quad (1)$$

и является БИХ-фильтром второго порядка с двумя действительными коэффициентами в обратной цепи (слева от пунктирной линии) и одним комплексным коэффициентом в прямой цепи фильтра (справа от пунктирной линии) (рис.1 б). Отметим, что возможен вариант алгоритма Герцеля в виде БИХ-фильтра, структура которого приведена на рис.1 а. Варианты отличаются друг от друга реализацией прямой цепи фильтра.

Фильтр Герцеля, как справедливо отмечено в [4], используется нестандартно: не как обычный фильтр, в котором запоминаются все выходные отсчеты. В алгоритме Герцеля обработка проводится блоками в  $N$  отсчетов, при этом вычисляется и запоминается только каждое  $N$  значение выходного отсчета (причина обработки блоками будет пояснена ниже). Отметим, что эти выходные отсчеты совпадают с соответствующими коэффициентами ДПФ. Для получения указанных значений  $k$ -го коэффициента ДПФ в алгоритме Герцеля (рис.1 а, б.), на каждые  $N$  входных отсчетов алгоритма проводится одна операция комплексного умножения в прямой цепи фильтра (операция отвечает за реализацию нуля фильтра) и  $N$  умножений действительных коэффициентов на входные отсчеты алгоритма при вычислении промежуточных результатов в обратной цепи фильтра (операции, отвечают за реализацию полюса фильтра).

Заметим, что именно отказ от получения всех промежуточных выходных отсчетов, а следовательно и отсчетов на входе прямой цепи фильтра, обеспечивает алгоритму Герцеля возможность экономии в числе вычислений по сравнению с определением  $k$ -го коэффициента ДПФ  $S_N(k)$  «в лоб», согласно соотношению (1).

При комплекснозначном входном сигнале алгоритм Герцеля позволяет примерно вдвое сократить число операций по сравнению с алгоритмом ДПФ. Для действительного входного сигнала как алгоритм ДПФ, так и алгоритм Герцеля позволяют получить дополнительную экономию в вычислениях по сравнению с комплекснозначным входным сигналом.

Разностные уравнения фильтра Герцеля (рис.1 а, б) задаются следующими соотношениями [4, 5]:

– обратная цепь фильтра (рис.1 а, б)

$$v(n) = 2\cos(2\pi k / N) v(n-1) - v(n-2) + x(n), \quad (2)$$

– прямая цепь фильтра (рис.1 а)

$$y(n) = v(n) - W_N^k v(n-1),$$

– прямая цепь фильтра (рис.1 б)

$$y(n) = W_N^{-k} v(n) - v(n-1). \quad (3)$$

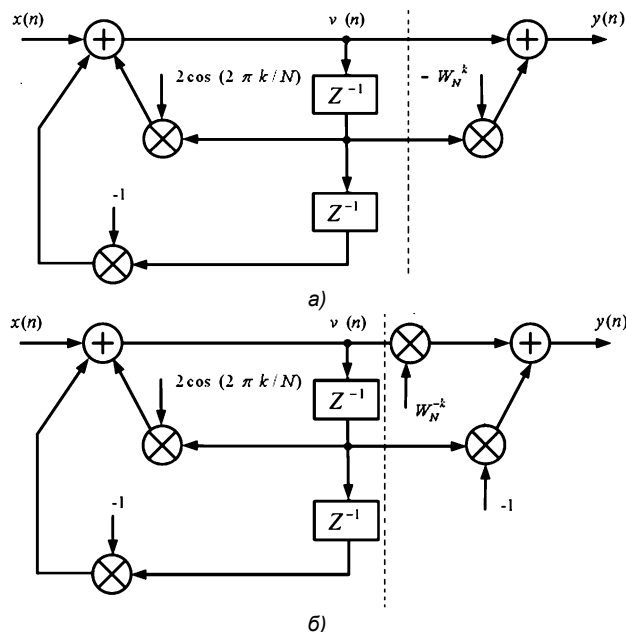


Рис.1. Структуры БИХ-фильтров, реализующие алгоритм Герцеля

Обычно считается, что недостатком фильтра Герцеля является фиксированность набора анализируемых частот:  $\{2\pi k/N\}$ , где  $k = \overline{0, N-1}$ ,  $N$  - число отсчетов сигнала. Р. Лайонс в [4] предложил модифицировать алгоритм Герцеля путем замены целочисленных значений переменной  $k$  (рис.1 а) (а, следовательно, и на рис 1 б) на любое значение переменной  $k$  в диапазоне  $\overline{0, N-1}$ , обеспечивая, таким образом, полный контроль над резонансной частотой фильтра. В дальнейшем будет показано, что такая модификация действительно возможна, но важно понимать и учитывать не только положительные ее последствия, но и некоторые другие моменты. Например, если мы говорим, что «стандартный» алгоритм Герцеля позволяет вычислить значение  $k$ -го бина  $N$ -точечного ДПФ, то возникает вопрос: что измеряет модифицированный таким образом фильтр Герцеля?

В связи с изложенным, сделаем два замечания по поводу предложенной в [4] модификации фильтра Герцеля.

Во-первых, такую же модификацию можно сделать и в преобразовании (1). Если целочисленную переменную  $k$  на рис.1 а представить как переменную вида  $(k + \theta)$ , где  $k = \overline{0, N-1}$ ,  $0 \leq \theta < 1$ , то приходим к введенному в [5] параметрическому ДПФ (ДПФ-П).

Во-вторых, как будет показано ниже, при переходе к нецелому значению частоты вида  $(k + \theta)$  происходит «набег» фазы и значение выходного отсчета модифицированного таким образом алгоритма Герцеля не будет совпадать с соответствующим коэффициентом ДПФ-П (тем более с коэффициентом ДПФ).

Второй недостаток алгоритма Герцеля более существенен. Дело в том, что фильтр Герцеля находится на грани устойчивости, так как его полюс расположен на единичной окружности  $z$  – плоскости. Если за счет округления коэффициентов фильтра полюс выйдет за

пределы единичной окружности фильтр Герцеля теряет устойчивость.

Известный метод борьбы с указанным недостатком [4] – обработка сигналов блоками длительностью в  $N$  отсчетов и обнуление внутренних регистров  $v(n-1)$  и  $v(n-2)$  (2) в начале обработки каждого нового блока данных [4]. Таким образом, устойчивость алгоритма Герцеля обеспечивается сокращением обрабатываемой длительности входного сигнала до  $N$  отсчетов (как отмечено в [4],  $N$  может измеряться сотнями). Это важные замечания и мы к ним еще вернемся в дальнейшем.

Рассмотрим алгоритм однобинового скользящего ДПФ (СДПФ) [4], который обеспечивает получение текущих значений спектральных отсчетов в реальном масштабе времени.

Данный алгоритм обнаружения отдельного тона позволяет рекуррентно вычислять значение  $k$ -го бина  $N$ -точечного ДПФ из скользящего окна в  $N$  отсчетов. Отметим, что алгоритм СДПФ эффективнее алгоритма Герцеля с точки зрения числа вычислений [4].

Разностное уравнение СДПФ имеет вид [4]:

$$S_N^k(n) = W_N^{-k} [S_N^k(n-1) + x(n) - x(n-N)], \quad (4)$$

где  $S_N^k(n)$ -значение  $k$ -го бина  $N$ -точечного ДПФ в момент времени  $n$ .

Его реализация приводит к структуре КИХ-фильтра, приведенного на рис. 2.

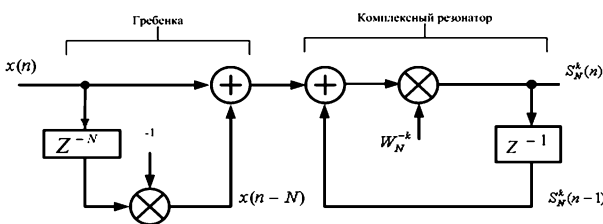


Рис. 2. Структура фильтра однобинового скользящего ДПФ на  $k$ -й частоте

Недостатком фильтра однобинового скользящего ДПФ является фиксированность набора анализируемых частот:

$\{2\pi k/N\}$ , где  $k = \overline{0, N/2-1}$ ,  $N$  - число отсчетов сигнала.

Отметим, что у фильтра однобинового скользящего ДПФ имеется и второй недостаток, такой же как и у фильтра Герцеля. СДПФ находится на грани устойчивости, так как его единственный полюс, подавляющий ноль гребенчатого фильтра в точке  $z = \exp(j2\pi k/N)$  расположен на единичной окружности  $z$ -плоскости. В [4] предложен метод борьбы с указанным недостатком – введение затухания для смещения нулей и полюса внутрь единичной окружности  $z$ -плоскости.

Следующим алгоритмом скользящих измерений, является алгоритм параметрического СДПФ [9].

На базе, введенного [5, 6, 7, 8] понятия параметрических дискретных экспоненциальных функций (ДЭФ-П)

$$def_p(p, l, \theta) = W_N^{(p+\theta)l} = \exp\left[-j\frac{2\pi}{N}(p+\theta)l\right], \quad (5)$$

$$0 \leq \theta < 1, \quad p, l = \overline{0, N-1},$$

в [9] предложено обобщение алгоритма однобинового СДПФ в виде скользящего однобинового параметрического ДПФ (СДПФ-П). Алгоритм СДПФ-П позволяет рекуррентно вычислять значение  $k$ -го бина  $N$ -точечного ДПФ-П из скользящего окна в  $N$  отсчетов и, в отличие от стандартного СДПФ, дает возможность проводить оценку спектра в окне в  $N$  отсчетов не на фиксированных частотах, а из набора частот, значение которых варьируется параметром  $\theta$ :

$$\{2\pi(k+\theta)/N\},$$

где

$$k = \overline{0, N-1}, \quad 0 \leq \theta < 1. \quad (6)$$

В [5] разложение по базисной системе ДЭФ-П при  $p = k, \quad l = n$  определено как прямое параметрическое дискретное преобразование Фурье (ДПФ-П):

$$S_N(k, \theta) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)W_N^{(k+\theta)n}, \quad \text{где } 0 \leq \theta < 1. \quad (7)$$

Алгоритм СДПФ-П позволяет рекуррентно вычислять значения спектра  $S_N^{(k+\theta)}(r)$  из скользящего окна длиной в  $N$  отсчетов на  $r$ -ом шаге, при сдвиге сигнала в окне на один отсчет влево:

$$S_N^{(k+\theta)}(r) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n+r)W_N^{(k+\theta)n}. \quad (8)$$

Изменив в (8) индексирование отсчетов во времени так, чтобы входные отсчеты  $x(n+r)$  и выходные отсчеты  $S_N^{(k+\theta)}(r)$  имели одни и те же значения индекса времени  $n$ , разностное уравнение СДПФ-П запишем в следующем виде [9]:

$$S_N^{(k+\theta)}(n) = W_N^{-(k+\theta)} \times \left[ S_N^{(k+\theta)}(n-1) + x(n) - x(n-N) \exp(-j2\pi\theta) \right]. \quad (9)$$

Данное разностное уравнение может быть реализовано в виде обобщенного КИХ-фильтра [9] (рис 3).

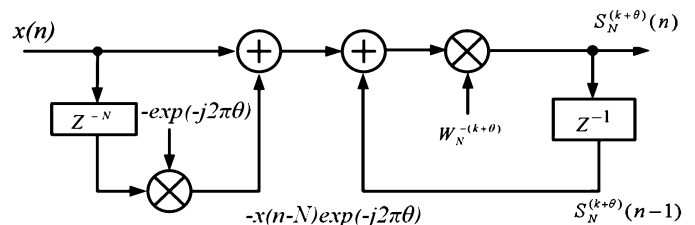


Рис. 3. Структура фильтра однобинового скользящего СДПФ-П на  $(k+\theta)$ -ой частоте,  $0 \leq \theta < 1$

Отметим, что переходная характеристика фильтра СДПФ-П (как и переходная характеристика фильтра СДПФ) имеет длину в  $N$ -отсчетов.

Таким образом, алгоритм СДПФ-П, в отличие от

СДПФ, обеспечивает полный контроль над резонансной частотой фильтра ДПФ-П. Однако, у фильтра СДПФ-П (как и у фильтра СДПФ) имеется полюс, расположенный на единичной окружности  $z$ -плоскости, который подавляет ноль модифицированного гребенчатого фильтра в точке  $z = \exp[j2\pi(k + \theta) / N]$  [9]. Следовательно, проблемы с устойчивостью у СДПФ-П те же, что и у СДПФ.

Результаты сравнения эффективности рассмотренных методов приведены в табл. 1 [9]. Несложно видеть, что алгоритмы СДПФ и СДПФ-П, будучи в целом эффективнее алгоритма Герцеля с точки зрения числа вычислений, существенно проигрывают последнему в числе операций, которые необходимо выполнить для выхода на установившийся режим (примерно в четыре раза по операциям действительных умножений и в два раза по операциям действительных сложений).

Таблица 1

Метод	Число операций, необходимых для выхода на установившийся режим $S_N^{(N-1)}(k, \theta)$		Вычисление следующего значения $S_N^{(N)}(k, \theta)$	
	Действительные умножения	Действительные сложения	Действительные умножения	Действительные сложения
ДПФ	$4N$	$4N$	$4N$	$4N$
Алгоритм Герцеля	$N+2$	$2N+1$	$N+2$	$2N+1$
Скользящее ДПФ-П $\theta = 0, 1/2$	$4N$	$4N$	4	4
Скользящее ДПФ-П $\theta \neq 0, 1/2$	$4N$	$4N$	6	5

### Цифровая блочная обработка сигналов с накоплением (ЦБОН)

Предварительно рассмотрим алгоритм работы комплексных резонаторов, приведенных на рис. 2 и рис. 3. Обозначим их, соответственно, как комплексный резонатор № 1 (рис. 4 а) и комплексный резонатор № 2 (рис. 4 б). Указанные резонаторы отличаются друг от друга резонансными частотами, значения которых определяются соответственно значениями  $k$  и  $(k + \theta)$ .

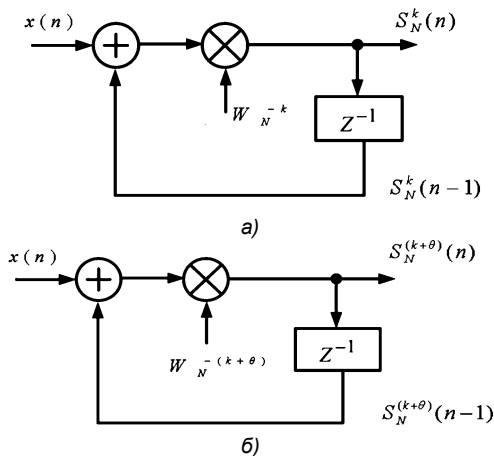


Рис. 4 Структуры комплексных резонаторов; а - резонатор №1; б - резонатор №2

Рассмотрим вычисление выходных отсчетов комплексного резонатора № 2 (рис. 4 б), как более общего случая (в дальнейшем изложении резонатор № 2 может обозначаться, если это не вызывает путаницы, как просто резонатор).

Согласно (7), значение  $k$ -го бина ДПФ-П описывается следующим соотношением:

$$S_N(k, \theta) = x(0) \cdot W_N^{(k+\theta) \cdot 0} + x(1) \cdot W_N^{(k+\theta) \cdot 1} + \dots + x(N-2) \cdot W_N^{(k+\theta) \cdot (N-2)} + x(N-1) \cdot W_N^{(k+\theta) \cdot (N-1)} \quad (10)$$

Комплексный резонатор № 2 является БИХ-фильтром, разностное уравнение которого имеет вид:

$$S_N^{(k+\theta)}(n) = W_N^{-(k+\theta)} [x(n) + S_N^{(k+\theta)}(n-1)], \quad (11)$$

где  $n$  - номер шага;  $n = 0, 1, \dots$

Обозначив  $z$ -преобразование  $x(n)$  и  $S_N^{(k+\theta)}(n)$  через  $X(z)$  и  $Y(z)$  соответственно, выражение (11) представим в следующем виде:  $Y(z) = W_N^{-(k+\theta)} \times (X(z) + z^{-1} \cdot Y(z))$ . Тогда передаточная функция БИХ-фильтра (рис. 4, б) равна

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{W_N^{-(k+\theta)}}{1 - z^{-1} \cdot W_N^{-(k+\theta)}} \quad (11 а)$$

На  $N$ -ом шаге значение выходного отсчета комплексного резонатора задается соотношением

$$S_N^{(k+\theta)}(n) = x(0) \cdot W_N^{-(k+\theta) \cdot N} + x(1) \cdot W_N^{-(k+\theta) \cdot (N-1)} + \dots + x(N-2) \cdot W_N^{-(k+\theta) \cdot 2} + x(N-1) \cdot W_N^{-(k+\theta) \cdot 1} \quad (12)$$

Вынося в выражении (12)  $W_N^{-(k+\theta) \cdot N}$  за скобки, а также учитывая, что  $W_N^{-k \cdot N} = 1$  и  $W_N^{-\theta \cdot N} = \exp(j2\pi\theta)$ , получим

$$S_N^{(k+\theta)}(n) = \exp(j2\pi\theta) [x(0) + x(1) \cdot W_N^{(k+\theta) \cdot 1} + \dots + x(N-2) \cdot W_N^{(k+\theta) \cdot (N-2)} + x(N-1) \cdot W_N^{(k+\theta) \cdot (N-1)}] \quad (13)$$

Сравнивая полученное выражение с соотношением (10), устанавливаем, что на шаге  $n = (N-1)$  значение выходного отсчета рассматриваемого резонатора равно  $S_N^{(k+\theta)}(n) = \exp(j2\pi\theta) S_N(k, \theta)$ .

Таким образом, значение выходного отсчета БИХ-фильтра (рис. 4 б) отличается от значения  $k$ -го коэффициента ДПФ-П приращением фазы на  $\phi = (j2\pi\theta)$ . Это как раз тот «набег» фазы о котором говорилось во втором замечании по поводу предложенной Р. Лайонсом модификации алгоритма Герцеля. Очевидно также, что вычисление  $k$ -го коэффициента ДПФ-П с помощью БИХ-фильтра осуществляется ровно за столько же операций, что и вычисление  $k$ -го спектрального отсчета с помощью ДПФ-П «в лоб», т.е. выигрыша в числе операций нет! Умножив числитель и знаменатель передаточной функции (11 а) на  $(1 - z^{-1} \cdot W_N^{-(k+\theta)})$ ,

$$H(z) = \frac{W_N^{-(k+\theta)}}{1 - z^{-1} \cdot W_N^{-(k+\theta)}} =$$

$$= \frac{W_N^{-(k+\theta)} \cdot (1-z^{-1} \cdot W_N^{(k+\theta)})}{(1-z^{-1} \cdot W_N^{-(k+\theta)}) \cdot (1-z^{-1} \cdot W_N^{(k+\theta)})} =$$

$$= \frac{W_N^{-(k+\theta)} - z^{-1}}{1-z^{-1} \cdot 2 \cos\left[\left(\frac{2\pi}{N}\right)(k+\theta)\right] + z^{-2}},$$

приходим к обобщению структур БИХ-фильтров стандартного алгоритма Герцеля (рис. 1 а, б), – к структурам БИХ-фильтров, реализующих модифицированный алгоритм Герцеля. Нетрудно видеть, что модифицированный алгоритм Герцеля, также как и стандартный алгоритм Герцеля, дает существенную экономию в числе операций.

Рассмотрим работу резонатора № 2 на последующих шагах (т.е. после  $(N-1)$  шага). Найдем выходной отсчет на  $(N-1+m)$ -м шаге ( $m=1, 2, 3, \dots$ ) БИХ-фильтра (рис. 4 б):

$$S_N^{(k+\theta)}(N-1+m) = x(0) \cdot W_N^{-(k+\theta) \cdot (N+m)} +$$

$$+ x(1) \cdot W_N^{-(k+\theta) \cdot (N+m-1)} \dots + x(N-3+m) \cdot W_N^{-(k+\theta) \cdot (3)} +$$

$$+ x(N-2+m) \cdot W_N^{-(k+\theta) \cdot (2)} + x(N-1+m) \cdot W_N^{-(k+\theta) \cdot (1)}.$$

Вынося в выражении (15)  $W_N^{-(k+\theta) \cdot (N+m)}$  за скобки и учитывая замечания, сделанные при выводе формулы (12), получим

$$S_N^{(k+\theta)}(N-1+m) = \exp(j2\pi\theta) W_N^{-(k+\theta) \cdot (N+m)} \times$$

$$\times [x(0) + x(1) \cdot W_N^{(k+\theta) \cdot 1} \dots + x(N-3+m) \times$$

$$\times W_N^{(k+\theta) \cdot (N-3+m)} + x(N-2+m) \cdot W_N^{(k+\theta) \cdot (N-2+m)} +$$

$$+ x(N-1+m) \cdot W_N^{(k+\theta) \cdot (N-1+m)}].$$

Согласно (7), значение  $k$ -го бина ДПФ-П при  $n=0, N-1+m$  задается следующим соотношением:

$$S_{N+m}(k, \theta) = x(0) \cdot W_{N+m}^{(k+\theta) \cdot 0} + x(1) \cdot W_{N+m}^{(k+\theta) \cdot 1} \dots +$$

$$+ x(N-3+m) \cdot W_{N+m}^{(k+\theta) \cdot (N-3+m)} + x(N-2+m) \times$$

$$\times W_{N+m}^{(k+\theta) \cdot (N-2+m)} + x(N-1+m) \cdot W_{N+m}^{(k+\theta) \cdot (N-1+m)}.$$

Сравнивая соотношения (16) и (17), получим обобщение выражения (14):

$$S_N^{(k+\theta)}(N-1+m) =$$

$$= \exp(j2\pi\theta) W_{N+m}^{-(k+\theta) \cdot (N+m)} \cdot S_{N+m}(k, \theta).$$

Полученные результаты позволяют сделать ряд важных выводов.

1. Выходной отсчет резонатора № 1 ( $\theta=0$ ) на шагах, удовлетворяющих соотношению  $n=(s \cdot N-1)$ , где  $s=1, 2, \dots$ , будет в точности равен  $s \cdot k$ -му коэффициенту ДПФ:

$$S_N^k(s \cdot N-1) = S_{N \cdot s}(s \cdot k), \quad k = \overline{0, (N \cdot s-1)}. \quad (19 \text{ а})$$

Согласно (1), значение  $(k \cdot s)$ -го бина ДПФ-П при длительности сигнала  $(N \cdot s-1)$  отсчетов равно

$$S_{N \cdot s}(s \cdot k) = \sum_{n=0}^{(s \cdot N-1)} x(n) W_{N \cdot s}^{k \cdot s \cdot n} = \sum_{n=0}^{(s \cdot N-1)} x(n) W_N^{kn},$$

$$k = \overline{0, (N \cdot s-1)}, \quad s = 1, 2, \dots \quad (19 \text{ б})$$

Так как дискретные экспоненциальные функции (ДЭФ) (1):

$$def(k, n) = \exp\left(-j \frac{2\pi}{N} kn\right),$$

обладают свойством периодичности

$$def(k, n \pm rN) = def(k, n), \quad r = 0, 1, 2, \dots$$

то сумму (19б) можно представить в виде  $s$  сумм:

$$S_{s \cdot N}(s \cdot k) = \sum_{n=0}^{(N-1)} x(n) W_N^{kn} +$$

$$+ \sum_{n=0}^{N-1} x(n+N) W_N^{kn} + \dots + \sum_{n=0}^{N-1} x(n+(s-1) \cdot N) W_N^{kn}. \quad (20)$$

Следовательно, возможна своеобразная процедура блочной обработки отсчетов входного сигнала, которую авторы назвали **цифровой блочной обработкой с накоплением** (ЦБОН). Поясним пошагово процедуру ЦБОН.

1) Разбиваем исходный сигнал на  $s$  блоков по  $N$  отсчетов в каждом:

$$\text{Блок 1} \Rightarrow [x(0), \dots, x(N-1)],$$

$$\text{Блок 2} \Rightarrow [x(N), \dots, x(2N-1)] \dots$$

$$\dots \text{Блок } s \Rightarrow [x((s-1)N), \dots, x(s \cdot N-1)].$$

2) Вычисляем  $k$ -ые коэффициенты ДПФ каждого блока согласно (1):

$$S_{N,1}(k) = \sum_{n=0}^{(N-1)} x(n) \cdot W_N^{kn},$$

$$S_{N,2}(k) = \sum_{n=0}^{(N-1)} x(n+N) \cdot W_N^{kn}, \dots,$$

$$S_{N,s}(k) = \sum_{n=0}^{(N-1)} x(n+(s-1) \cdot N) \cdot W_N^{kn},$$

$$\text{где } W_N^{kn} = \exp(-j \frac{2\pi}{N} kn).$$

3) Суммируем полученные значения  $k$ -х коэффициентов ДПФ:

$$S_{N \cdot s}(s \cdot k) = \sum_{i=1}^s S_{N,i}(k).$$

Полученный результат, в точности совпадает с  $m$ -м коэффициентом ДПФ ( $m=(s \cdot k)$ ), в чем несложно убедиться.

Нетрудно видеть, что так как в алгоритме Герцеля обработка входного сигнала проводится блоками [4], при которой в начале обработки каждого блока в  $N$  отсчетов выполняется начальная установка («обнуление») всех внутренних регистров памяти (что и гарантирует устойчивость работы фильтра Герцеля), то формула (1) справедлива только при обработке алгоритмом Герцеля од-





чение  $k$ -го бина  $Ns$ -точечного ДПФ-П. При этом обеспечивается:

- высокая разрешающая способность цифровой спектральной обработки за счет увеличения длительности обрабатываемого входного сигнала до  $Ns$  отсчетов;
- устойчивость работы фильтра, за счет выполнения «обнуления» всех внутренних регистров памяти в начале обработки каждого блока в  $N$  отсчетов;
- полный контроль над резонансной частотой фильтра Герцеля.
- минимум времени цифровой обработки и объема необходимой памяти для ее осуществления

В заключении отметим, что цифровая блочная обработка сигналов с накоплением и ее модификация основаны соответственно на периодичности ДЭФ и параметрической периодичности ДЭФ-П, а также обеспечении «непрерывности» импульсной характеристики фильтра Герцеля  $h(n)$ .

Действительно, при использовании ЦБОН и целых значениях переменной  $k$  фильтр Герцеля будет иметь «непрерывную» импульсную характеристику бесконечной длительности в силу периодичности ДЭФ:

$$h(n) = \sum_{p=(s-1)N}^{(s \cdot N - 1)} \exp(j2\pi \cdot k \cdot n / N), \quad (23)$$

$$n = \overline{0, s \cdot N - 1}, \quad s = \overline{1, \infty}$$

Если же добавить к целому  $k$  некоторую дробную часть  $\theta$ , то фильтр Герцеля будет иметь уже «кусочно-непрерывную» импульсную характеристику бесконечной длительности

$$h(n) = \sum_s [\exp(j2\pi\theta)]^s \times \sum_{p=(s-1) \cdot N}^{(s \cdot N - 1)} \exp(j2\pi(k + \theta) \cdot n / N), \quad (24)$$

$$n = \overline{0, s \cdot N - 1}, \quad s = \overline{1, \infty}.$$

Несложно заметить, что выражение (24) является обобщением выражения (23) и при  $\theta = 0$  они равны. При обработке каждого блока данных в  $N$  отсчетов алгоритм Герцеля при наличии дробной части  $\theta$  дает приращение фазы выходного отсчета фильтра на  $\phi = j2\pi\theta$  (14). Чтобы обеспечить, в этом случае, «непрерывность» импульсной характеристики бесконечной длительности (24) необходимо после обработки каждого блока в алгоритме Герцеля не только выполнять начальную установку («обнуление») всех внутренних регистров памяти, гарантируя устойчивую работу фильтра Герцеля, но и осуществлять компенсацию приращения фазы путем умножения выходного отсчета фильтра Герцеля, на  $\alpha = \exp(-j2\pi\theta)$  (соотношения (18), (19-22)).

Второй обобщенный алгоритм Герцеля можно реализовать в виде БИХ-фильтра, структура которого приведена на рис. 6. Передаточная функция обобщенного фильтра Герцеля имеет ноль в точке  $z = \exp[-j \frac{2\pi}{N}(k + \theta)]$  и два комплексно – сопряженных

полюса в точках  $z = \exp[\pm j \frac{2\pi}{N}(k + \theta)]$  на  $z$ -плоскости (ноль и полюс в точке  $z = \exp[-j \frac{2\pi}{N}(k + \theta)]$  компенсируют друг друга).

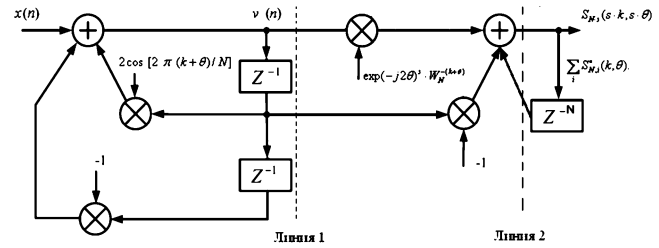


Рис.6. Структура БИХ - фильтра, реализующего второй обобщенный алгоритм Герцеля

Таким образом, при значении параметра  $\theta = 0$  получаем первый обобщенный алгоритм Герцеля, а при значении параметра  $\theta \neq 0$  – второй обобщенный алгоритм Герцеля. Соответственно и передаточные функции обобщенных фильтров Герцеля можно описать общим выражением. Они имеют при соответствующем значении параметра  $\theta$  ноль в точке  $z = \exp[-j \frac{2\pi}{N}(k + \theta)]$  и два комплексно – сопряженных полюса в точках  $z = \exp[\pm j \frac{2\pi}{N}(k + \theta)]$  на  $z$ -плоскости (ноль и полюс в точке  $z = \exp[-j \frac{2\pi}{N}(k + \theta)]$  компенсируют друг друга).

Последовательность выполнения операций в обобщенных алгоритмах Герцеля и их число при длительности блока  $N$  отсчетов, числе блоков  $s$  аналогичны:

- операции слева от пунктирной линии 1 выполняются  $N$  раз для каждого блока;
- операции между линиями 1 и 2 выполняются один раз после обработки каждого блока;
- операции справа от пунктирной линии 2 выполняются  $s$  раз по числу блоков.

Рассмотрим обобщенный алгоритм СДПФ-П, который по сравнению со стандартным алгоритмом СДПФ-П, позволяет существенно сократить число операций, необходимых для выхода алгоритма на режим скользящего измерения.

**Обобщение однобинового скользящего параметрического ДПФ**

Как уже отмечалось, алгоритм СДПФ-П (и СДПФ) проигрывает алгоритму Герцеля в числе операций, которые необходимо выполнить для выхода на режим скользящего измерения (примерно в четыре раза по операциям действительных умножений и в два раза по операциям действительных сложений).

Идея обобщенного алгоритма СДПФ-П (ОСДПФ-П) заключается в том, что при проведении собственно скользящего измерения коэффициентов ДПФ-П действительной входной последовательности использовать для выхода на режим скользящего их измерения обобщенный алгоритм Герцеля, с последующим переходом от БИХ-фильтра к КИХ-фильтру.

Из предыдущего изложения непосредственно следует, что алгоритм Герцеля может интерпретироваться как реализация структуры комплексного резонатора № 2 в виде канонической формы БИХ-фильтра второго порядка. Поэтому сопоставляя: обобщенный алгоритм Герцеля (рис. 6), структуру комплексного резонатора № 2 (рис. 4 б), структуру фильтра СДПФ-П (рис. 3), с учетом разностного уравнения СДПФ-П (9), приходим к структуре фильтра однобинового обобщенного скользящего ДПФ-П, приведенной на рис. 7.

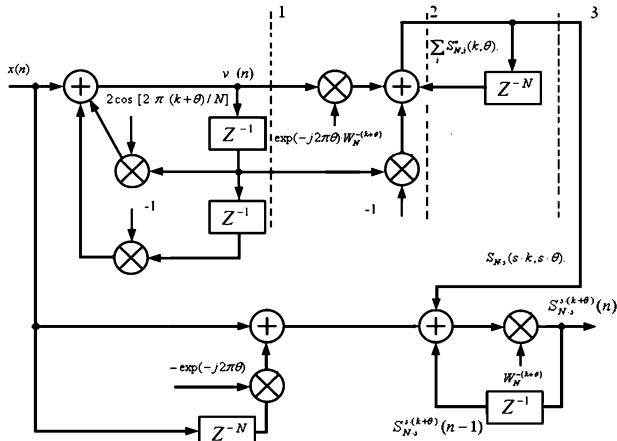


Рис.7. Структура фильтра, реализующего ОСДПФ-П на  $(k + \theta)$ -ой частоте,  $0 \leq \theta \leq 1$

Дадим краткие пояснения по работе алгоритма ОСДПФ-П. Операции в обратной цепи ОСДПФ-П-фильтра (слева от первой пунктирной линии) выполняются  $N \cdot s$  раз (где  $s$  - число блоков в ЦБОН, выбирается исходя из обеспечения необходимой разрешающей способности спектрального анализа). Операции между первой и второй пунктирными линиями выполняются  $s$  раз (по числу блоков в ЦБОН). Операция между второй и третьей пунктирными линиями выполняется один раз. (эта операция заканчивает выход алгоритма СДПФ-П на режим скользящего измерения).

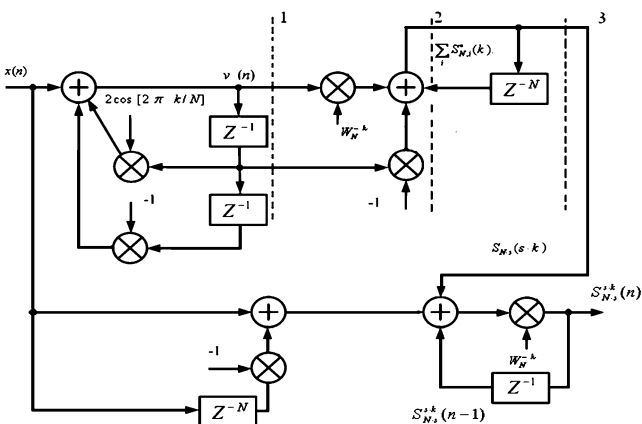


Рис. 8. Структура фильтра, реализующего ОСДПФ на  $k$ -ой частоте

В результате выполнения этой операции мы получаем отсчет  $S_{N,s}(s \cdot k, s \cdot \theta)$ , значение которого в точности равно  $s \cdot k$ -му коэффициенту ДПФ-П последовательности  $x(n)$  в окне длительностью  $N \cdot s$  отчетов ( $n = 0, N - 1$ ). Это значение является начальным (уста-

новившимся) значением для проведения скользящего измерения. Операции, выполняемые в фильтре ОСДПФ-П справа от третьей пунктирной линии, аналогичны операциям фильтра СДПФ-П (рис. 3).

Структура фильтра, реализующего обобщенный СДПФ (ОСДПФ) на  $k$ -й частоте, приведена на рис. 8.

Работа фильтра ОСДПФ аналогична работе фильтра ОСДПФ-П.

### Заключение

В работе введена новая процедура цифровой блочной обработки, названная авторами процедурой цифровой блочной обработки с накоплением, на основе которой предложено два обобщения алгоритма Герцеля.

Первый обобщенный алгоритм Герцеля, в отличие от стандартного алгоритма Герцеля, позволяет одновременно обеспечить:

- высокую разрешающую способность цифровой спектральной обработки;
- устойчивость работы фильтра.

Второй обобщенный алгоритм Герцеля, сохраняя перечисленные преимущества, дает возможность осуществить полный контроль резонансной частоты фильтра Герцеля.

Обобщенные алгоритмы СДПФ и СДПФ-П, рассмотренные в статье, существенно сокращают, по сравнению с традиционными алгоритмами СДПФ и СДПФ-П, число операций, необходимых для выхода алгоритмов СДПФ и СДПФ-П на режим скользящего измерения. Выигрыш, который обеспечивают предложенные обобщенные алгоритмы СДПФ и СДПФ-П, составляет примерно в четыре раза по операциям действительных умножений и в два раза по операциям действительных сложений.

Кроме того, за счет применения в структурах ОСДПФ и ОСДПФ-П предложенных в работе обобщенных алгоритмов Герцеля (первого и второго соответственно), возможно достижение высокой разрешающей способности скользящего спектрального анализа при сохранении устойчивости работы фильтров.

### Литература

1. Серебренников М.Г. Первозванский А.А. Выявление скрытых периодичностей. - М.: Наука, 1965. - 244 с.
2. Опенгейм Э. Применение цифровой обработки сигналов. - М.: Мир, 1980. - 552 с.
3. Неразрушающий контроль. Справочник. В 8т. / Под общ. ред. В.В. Клюева-т.7; В 2 кн. - М.: Машиностроение, 2007. - 829 с.
4. Лайонс Р. Цифровая обработка сигналов: Второе издание. Пер. с англ. - М.: ООО «Бинум-Пресс», 2007. - 656 с.
5. Пономарев В.А., Пономарева О.В. Теория и применение параметрического дискретного преобразования Фурье // Цифровая обработка сигналов. - 2011. № 1. - С. 2-6.
6. Пономарева О.В. Быстрое параметрическое дискретное преобразование Фурье действительных последовательностей // Цифровая обработка сигналов. - 2012. № 2. - С. 2-5.
7. Пономарев В.А., Пономарева О.В. Модификация дискретного преобразования Фурье для решения задач

интерполяции и свертки функций // Радиотехника и электроника. – АН СССР, 1984. Т.29. №8. – С. 1561-1570.

8. Пономарев В.А., Пономарева О.В.Обобщение дискретного преобразования Фурье для интерполяции во временной области // Известия Вузов СССР, – Радиоэлектроника. Том XXVI, № 9, 1983. – С. 67-68.

9. Пономарева О.В., Пономарев А.В., Пономарева Н.В. Скользящее параметрическое ДПФ в задачах обнаружения тональных компонент // Цифровая обработка сигналов. – 2012. № 4. – С. 2-7.

10. Пономарева О.В. Развитие теории спектрального анализа дискретных сигналов на конечных интервалах в базе параметрических дискретных экспоненциальных функций // Цифровая обработка сигналов. – 2010. № 2. – С. 7-12.

11. Пономарева О.В. Вероятностные свойства спектральных оценок, полученных методом параметрического дискретного преобразования Фурье // Интеллектуальные системы в производстве. – 2010. №2 (16). – С. 36-41.

12. Пономарев В.А., Пономарева О.В. Временные окна при оценке энергетических спектров методом параметрического дискретного преобразования Фурье // Автоматика. – СО АН СССР, 1983. №4. – С. 39-45.

13. Пономарева О.В., Пономарев А.В., Пономарева Н.В. Метод быстрого вычисления дискретного преобразования Фурье действительных последовательностей// Цифровая обработка сигналов. – 2013. № 2. – С. 10-15.

14. Алексеев В.А., Пономарев В.А., Пономарева О.В. Методология определения погрешностей измерения вероятностных характеристик случайных процессов, реализуемых процессорными измерительными средствами // Интеллектуальные системы в производстве. – 2010. №2 (16). – С. 91-99.

15. Пономарева О.В., Алексеев В.А., Пономарев В.А. Цифровой периодограммный анализ и проблемы его практического применения // Вестник ИжГТУ. – 2013. №2. – С. 130-133.

16. Пономарева О.В., Пономарева Н.В. Модификация фильтра на основе частотной выборки для решения задач цифровой обработки случайных процессов со скрытыми периодичностями // Интеллектуальные системы в производстве. – 2012. №2 (20). – С. 122-129.

17. Пономарева О.В., Пономарев А.В., Пономарев В.А. Обобщение алгоритма Герцеля для решения задач выявления скрытых периодичностей // Интеллектуальные системы в производстве. – 2013. №1 (21). – С. 41-46.

18. Пономарев В.А., Пономарева О.В. Виброакустическое диагностирование коробок передач станков цифровыми методами // Станки и инструмент. – 1983. №9. – С. 18-21.

## THE SUMMARY OF THE GOERTZEL ALGORITHM AND THE SLIDING PARAMETRIC DISCRETE FOURIER TRANSFORM

*Ponomarev V.A., Ponomareva O.V., Ponomarev A.V., Ponomareva N.V.*

The basic methods of detecting individual tonal components and algorithms of their implementation were contemplated. The notion of a digital block processing with accumulation (DBPA) were defined, which allows to realize the DFT and DFT-P (parametric DFT) with increasing memory of data blocks (from block to block). A generalization of the algorithm of onebin sliding parametric discrete Fourier transform (SPDF -P) were suggested. Generalized algorithm (GSPDF -P), unlike algorithm SDPF -P, can significantly reduce the number of operations required to start a sliding mode measurements in this algorithm. A generalization of the Goertzel algorithm were described. Unlike standard Goertzel algorithm, generalized algorithm allows to increase by DBPA resolution spectral analysis, maintaining the stability of the filter and full control over its resonant frequency.

## Уважаемые авторы!

Редакция научно-технического журнала «Цифровая обработка сигналов» просит Вас соблюдать следующие требования к материалам, направляемым на публикацию:

### 1) Требования к текстовым материалам и сопроводительным документам:

1. Текст - текстовый редактор Microsoft Word.
2. Таблицы и рисунки должны быть пронумерованы. На все рисунки, таблицы и библиографические данные указываются ссылки в тексте статьи.
3. Объем статьи до 12 стр. (шрифт 12). Для заказных обзорных работ объем может быть увеличен до 20 стр.
4. Название статьи на русском и английском языках.
5. Рукопись статьи сопровождается:
  - краткой аннотацией на русском и английском языках;
  - номером УДК;
  - сведениями об авторах (Ф.И.О., организация, должность, ученая степень, телефоны, электронная почта);
  - ключевыми словами;
  - актом экспертизы (при наличии в вашей организации экспертной комиссии).

### 2) Требования к иллюстрациям:

- Векторные (схемы, графики) - желательно использование графических редакторов Adobe Illustrator или Corel DRAW.
- Растровые (фотографии, рисунки) - М 1:1, разрешение не менее 300dpi, формат tiff, jpg.

## КАСКАДНОЕ СОЕДИНЕНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ КИХ-ФИЛЬТРОВ С ЛИНЕЙНОЙ ФАЗОЙ

*Вздулева Н.О., аспирант кафедры ВТ Ижевского государственного технического университета  
им. М.Т. Калашникова, e-mail: sizovan@list.ru;*

*Гитлин В.Б., д.т.н., профессор кафедры ВТ Ижевского государственного технического университета  
им. М.Т. Калашникова, e-mail: vbh\_istu@mail.ru*

**Ключевые слова:** хроматографический анализ, КИХ-фильтр, оптимальный, чувствительность, каскадное соединение.

### Введение

Методы хроматографического анализа [1] используются для контроля качества продукции нефтяной, пищевой, ликероводочной промышленности. Это достаточно точный метод определения как наличия какого-либо компонента в анализируемой пробе, так и расчёта её концентрации [1]. Сигнал хроматографа представляет собой последовательность пиков гауссовой формы. По расположению пика на временной оси хроматограммы идентифицируют компоненты, содержащиеся в смеси. По площади пиков оценивают количество компонента. Общий вид хроматограммы представлен на рис. 1.

Одной из характеристик прибора, выполняющего хроматографический анализ, является предел детектирования полезного сигнала, определяемый отношением сигнал/шум. Чем выше величина этого отношения, тем меньшие концентрации определяемого вещества в смеси удастся идентифицировать. Значение шума зависит от физических процессов, определяемых типом хроматографического анализа [1], типа детектора, шумов электрического оборудования. Наличие шума снижает точность оценок, как положения пиков хроматограммы, так и площади сигнала под этими пиками [1]. Так как хроматографическая информация переносится временной функцией полезной части сигнала, то повысить соотношение сигнал/шум можно лишь фильтрами, фазо-частотная характеристика которых линейна. Эти требования могут быть удовлетворены при выборе в качестве фильтра КИХ-фильтра с линейной фазой [2-5].

Операция фильтрации с использованием КИХ-фильтров требует большого количества умножений и сложений по сравнению с фильтрацией, выполняемой фильтрами с бесконечной импульсной характеристикой (БИХ фильтрами) [2-6]. Использование микропроцессорной техники существенно снизило влияние ограничений, связанных с повышенным количеством вычислений в КИХ-фильтрах [4]. Тем не менее, задача синтеза КИХ-фильтров минимального порядка с линейной фазой и с большим коэффициентом подавления в полосе задерживания, остается актуальной. Например, такая задача возникает при встраивании микропроцессорных систем

Показано, что для повышения чувствительности хроматографического анализа необходимо выполнить фильтрацию сигнала с хроматографа при помощи КИХ-фильтров с линейной фазой. Предложена методика построения квазиоптимальных КИХ-фильтров высокого порядка с использованием алгоритма Паркса-Маккеллана путем каскадного соединения КИХ-фильтров меньшего порядка. Проведено сравнение предложенной методики с результатами расчета оптимальных фильтров системой MatLab. Показано, что применение каскадного соединения двух КИХ-фильтров позволило повысить соотношение сигнал / шум для сигнала на выходе хроматографа, примерно в восемь раз.

реального времени в какие-либо технические устройства, в частности, в устройства, выполняющие хроматографический анализ, когда мощности микропроцессора ограничены.

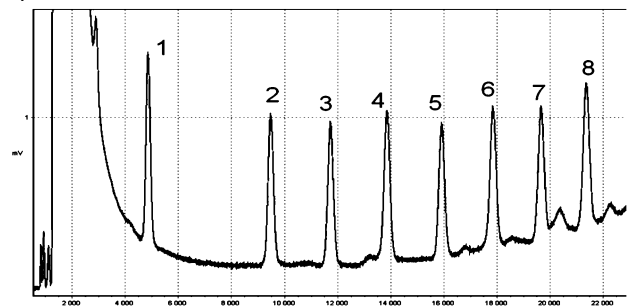


Рис. 1. Хроматограмма тестовой смеси предельных углеводородов 1 – октан, 2 – декан, 3 – ундекан, 4 – додекан, 5 – тридекан, 6 – тетрадекан, 7 – пентадекан, 8 – гексадекан, растворитель – гексан

Была проведена серия испытаний по оценке параметров желаемой амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) фильтра: граничной частоты полосы пропускания (обозначенной на рис. 2 как  $a$ ) и граничной частоты полосы задерживания (обозначенной на рис. 2 как  $b$ ) исходя из свойств сигнала и шума на выходе хроматографа [7]. Значения параметров  $a$  и  $b$  подбирали так, чтобы получить максимум соотношения сигнал/шум при сохранении формы полезного сигнала. Зависимость отношения сигнал/шум от параметров фильтра, полученная в ходе экспериментов [7], представлена в виде графиков на рис. 2. Оптимальным решением в данном случае оказался фильтр с параметрами:  $a = 0,3$  Гц и  $b = 0,8$  Гц при частоте дискретизации  $f_s = 20$  Гц, поскольку кроме максимума отношения сигнал/шум он обеспечивал минимальную величину шума (1,083 мВ). Нормализованная относительно частоты опроса ширина

переходной зоны составила величину, равную

$$\Delta f = \frac{b-a}{f_s} = \frac{0,8-0,3}{20} = 0,025.$$

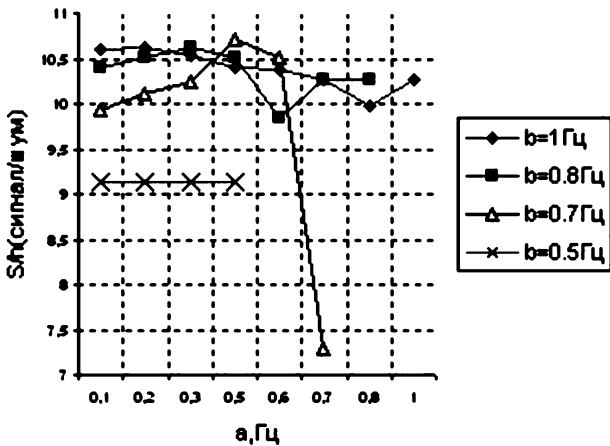


Рис. 2. Зависимость отношения сигнал/шум от параметров КИХ - фильтра

Ограничим последующее рассмотрение КИХ-фильтром нижних частот (ФНЧ), реализованном с помощью фильтра типа 1, для которого Чебышевская задача наилучшего приближения формулируется как [3]:

$$\begin{cases} \max_{\omega \in \Omega} P(\omega) \left| \xi(\omega) - \sum_{k=0}^M a_k \cos(k\omega) \right| = \min_{a_k} = \delta_{\min} \\ P(\omega) = \begin{cases} \frac{1}{\alpha}, \omega \in \Omega_1 \\ 1, \omega \in \Omega_2 \end{cases} \\ \Omega = \{\Omega_1, \Omega_2\}. \end{cases} \quad (1)$$

где  $\xi(\omega)$  – заданная желаемая АЧХ фильтра;

$$\sum_{k=0}^M a_k \cos(k\omega) = B(\omega, \bar{a})$$

– тригонометрический полином, аппроксимирующий заданную АЧХ;  $\bar{a} = \{a_k\}, k = 0, 1, \dots, M$  – вектор коэффициентов полинома;  $\Omega = \{\Omega_1, \Omega_2\}$  – область угловых частот аппроксимации;  $\Omega_1$  – диапазон частот полосы пропускания,  $\Omega_2$  – диапазон частот полосы задерживания;  $P(\omega)$  – весовая функция;  $\delta$  – погрешность аппроксимации. Фильтр, полученный как решение задачи, определяемой формулой (1), имеет минимальный порядок для заданной величины  $\delta$  и с этой точки зрения является оптимальным [3], [5].

Попытка нахождения параметров фильтра по алгоритму Ремеза [3], путем поиска оптимальных решений системы уравнений (1) методом Гаусса, показала, что решение расходится уже при  $N = 51$  (порядок  $M$  тригонометрического полинома

$$\sum_{k=0}^M a_k \cos(k\omega) = B(\omega, \bar{a})$$

$M = 25$ ) (кривая 1 на рис. 3). Решение оптимизационной задачи с использованием алгоритма Паркса-Макклеллана [5], позволило несколько увеличить порядок оптимального фильтра, но для  $M = 29$  решение снова разо-

шлось (кривая 2 на рис. 3). Неустойчивость полученного в этом случае решения можно объяснить зависимостью результатов вычисления коэффициентов фильтра от точности представления непрерывных параметров Чебышевской аппроксимации дискретными отсчетами сетки частот и дискретным представлением коэффициентов  $\bar{a} = \{a_k\}, k = 0, 1, \dots, M$  аппроксимирующего полинома. Действительно, рост порядка фильтра приводит: а) к довольно близкому расположению частот альтернанса и существенному влиянию погрешностей округления, соизмеримым с шагом густой сетки частот и б) к значительному влиянию погрешности квантования коэффициентов полинома  $\{a_k\}$ . Повышение разрядности представления чисел с  $R = 12$  разрядов до  $R = 20$  разрядов позволило повысить порядок полинома до  $M = 34$ , при котором решение еще сходилось. Эксперименты показали, что дальнейшее повышение порядка полинома вновь приводило к потере сходимости.

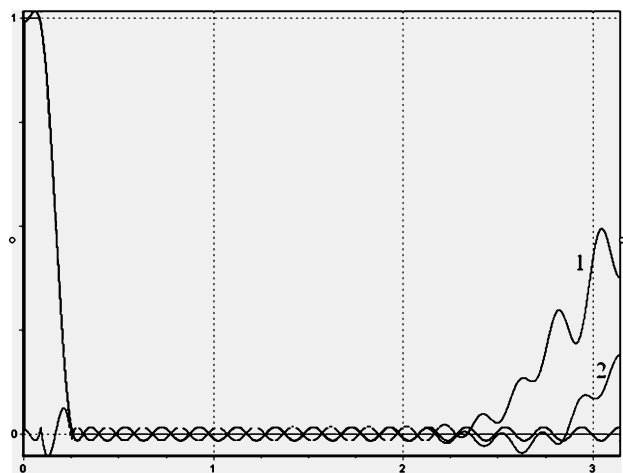


Рис. 3. Вид АЧХ проектируемого фильтра: 1 – для простого алгоритма Ремеза; 2 – для метода Паркса-Макклеллана

Для создания оптимального КИХ-фильтра с линейной фазой высокого порядка было решено построить квази-оптимальный КИХ-фильтр путем каскадного соединения оптимальных КИХ-фильтров одинакового меньшего порядка.

Каскадное соединение КИХ-фильтров типа 1 одинакового порядка имеет АЧХ, равную произведению АЧХ каскадно-соединенных фильтров, а их фазочастотная характеристика (ФЧХ) равна сумме ФЧХ исходных фильтров. Результирующий фильтр также имеет линейную зависимость фазы от частоты. Поскольку каждый из каскадно-соединенных линейных фильтров является оптимальным, то результирующий фильтр будет, по крайней мере, квазиоптимальным. Число последовательно включенных каскадов можно увеличивать, что позволяет дополнительно повысить степень подавления сигнала в полосе задерживания.

Оценим влияние каскадного соединения оптимальных КИХ-фильтров одинакового порядка на параметры результирующего фильтра [8]. Пусть КИХ-фильтр высокого порядка с максимальным отклонением ошибки аппроксимации  $\delta_{(2)}$  получен путем каскадного соединения двух фильтров типа 1, одного и того же меньшего поряд-

ка с максимальными отклонениями ошибки аппроксимации  $\delta_{(1)}$ . Поскольку АЧХ каскадно-соединенных фильтров перемножаются, то в полосе задерживания имеем

$$\delta_{(2)} = \delta_{(1)}^2, \quad (2)$$

а в полосе пропускания

$$\begin{cases} (1 + \delta_{(2)}) = (1 + \delta_{(1)})^2, & \varepsilon(\omega) > 0, \\ (1 - \delta_{(2)}) = (1 - \delta_{(1)})^2, & \varepsilon(\omega) < 0. \end{cases} \quad (3)$$

Из формул (2) и (3) следует, что при  $\delta_{(1)} \ll 1,0$  погрешность аппроксимации в полосе задерживания снижается, а в полосе пропускания – растет. Обе погрешности становятся несимметричными относительно заданной АЧХ  $\xi(\omega) = 1$ . Отношение  $\delta_n / \delta_3 = \alpha$  сдвигается в сторону больших значений. Степень подавления сигнала в полосе задерживания относительно предшествующего значения  $\alpha$  дополнительно снижается [3]. Так для  $\delta_{(1)} = 0,102054134$  (КИХ-фильтр с порядком полинома  $M = 13$ ) при  $\delta_n / \delta_3 = \alpha = 1$  максимальное отклонение составило в полосе задерживания величину, равную  $\delta_{(2)} = 0,0104150462665$ . Полученная методом Пакса-Макклеллана оценка значения  $\delta_{(2)}$  в полосе задерживания для случая одинаковых значений  $\delta_{(2)}$  в полосах пропускания и задерживания для фильтра порядка  $M = 26$  равна  $\delta_2 = 0,0389440600977$ , что существенно больше  $\delta_{(2)}$ .

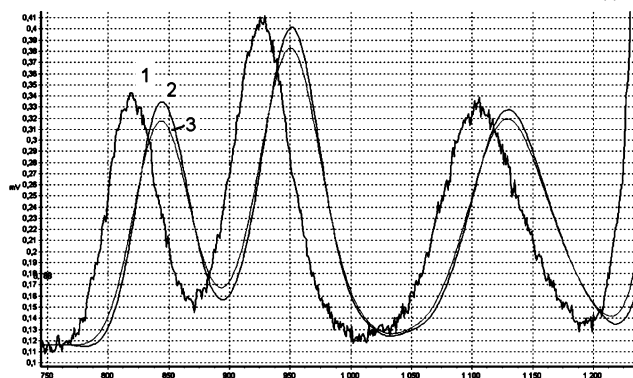


Рис. 4. Фильтрация сигнала: 1 – исходный сигнал, 2 – MatLab, 3 – каскадное включение

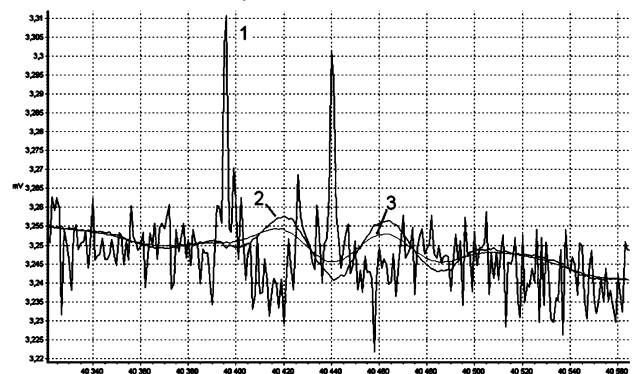


Рис. 5. Фильтрация базовой линии: 1 – исходный сигнал, 2 – MatLab, 3 – каскадное включение

В целом можно отметить, что из-за погрешностей, связанных с дискретизацией и квантованием, задача вычисления коэффициентов фильтра высокого порядка

требует нетривиальных математических приемов и расчетов [3]. Каскадное включение оптимальных КИХ-фильтров позволяет снизить требования к точности представления дискретных отсчетов частоты и амплитуды и, тем самым, существенно сократить трудности построения КИХ-фильтров высокого порядка при сохранении свойств квазиоптимальности.

Результаты сравнения работы квазиоптимального КИХ-фильтра и оптимального КИХ-фильтра на примере фильтрации сигнала с хроматографа показаны на рис. 4. В качестве квазиоптимального фильтра взят фильтр, полученный путем каскадного включения двух КИХ-фильтров 51 порядка (порядок каскадного соединения двух фильтров 102). В качестве оптимального – КИХ-фильтр 101 порядка, рассчитанного с помощью программы MatLab. Другой пример фильтрации сигнала с шумом показан на рис. 5. В том и другом случае задержка результирующего сигнала на выходе для обоих фильтров одинакова. Имеются некоторые расхождения по величине амплитуды колебаний выходного сигнала, которые можно компенсировать при помощи масштабирования.

На рис. 6 представлены результаты обработки ступенчатого сигнала каскадом фильтров и фильтром, рассчитанным в программе MatLab. При фильтрации фильтром 101 порядка, рассчитанным программой MatLab, наблюдается выброс на фронте и спаде выходного сигнала, который отсутствует в сигнале, полученном на выходе квазиоптимальных фильтров.

На рис. 7–9 представлены сигналы, записанные с помощью программы NetChrom, предназначенной для работы с хроматографом. Для наглядности все хроматограммы представлены в одинаковом диапазоне. С тем, чтобы оценить эффективность фильтров на примере одного и того же сигнала, на три возможных канала детекторов подавали сигналы: исходный и остальные два, полученные после фильтрации исходного сигнала КИХ-фильтрами. Шум исходного сигнала, измеренный программой NetChrom (рис. 7) составил 1,2 мВ, шум после фильтрации КИХ-фильтром 51 порядка (рис. 8) – 0,305 мВ (снижение погрешности на 11 дБ), а для каскада из двух КИХ-фильтров 51 порядка (рис. 9) шум составил 0,15 мВ (снижение погрешности на 18 дБ).

Влияние фильтрации на результаты анализа на примере стандартной поверочной смеси додекана в гексане показано на рис. 10-11. Пик додекана выходит с колонки нагретой до 120°C приблизительно через 3,7 минуты после ввода пробы в испаритель. По оси абсцисс ( $x$ ) отсчитывается время, по оси ординат ( $y$ ) величина сигнала в мВ. Исходный и обработанный квазиоптимальным фильтром сигналы приведены к одному масштабу.

Сравнивая расчетные параметры сигнала, такие как площадь, высота, время выхода компонента видно, что отсутствует искажение формы сигнала, временная задержка минимальна. Отношение сигнал/шум для исходного пика составит 7,07775, а для обработанного каскадом КИХ-фильтров 102 порядка – 55,869, т.е. почти в восемь раз лучше.

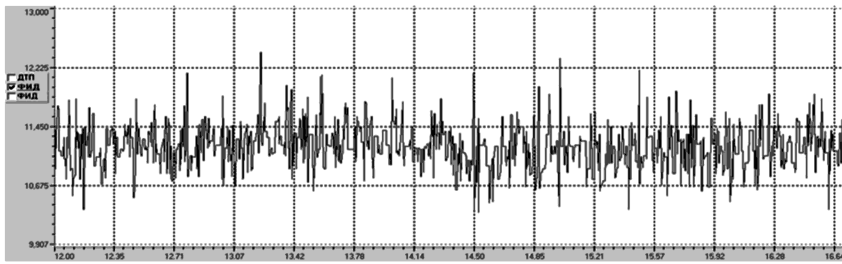


Рис. 7. Исходный сигнал, шум - 1,2 мВ

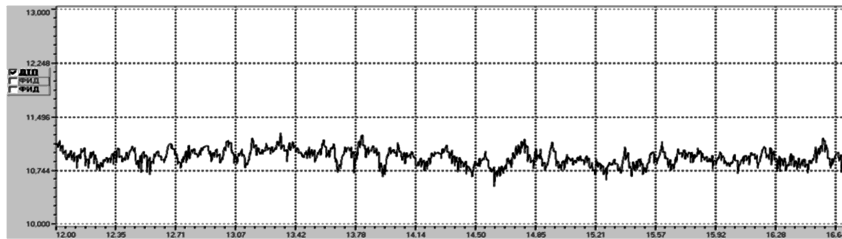


Рис. 8. КИХ-фильтр 25 порядка, шум - 0,305 мВ

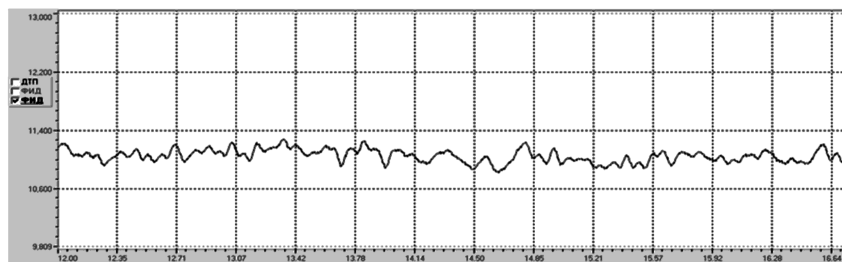
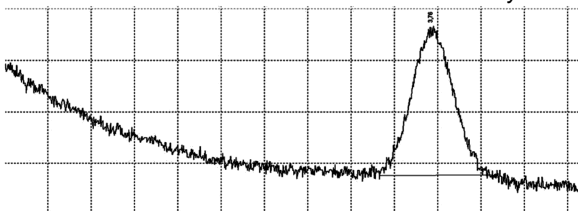
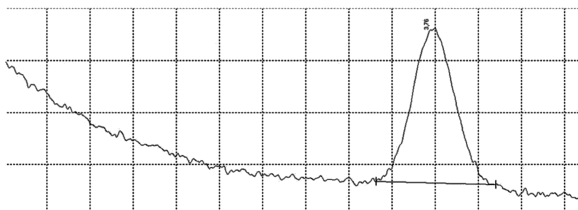


Рис. 9. Каскад из двух КИХ-фильтров 25 порядка, шум - 0,15 мВ



N	Время, мс	Детектор	Компонент	Высота, мВ	Площадь, мВ*мс	Высота, %	Площадь, %	Ширина, сек	Тип
1	0,48	ДТП		91,841	3,7971	70,3069	30,8947	2,25	Б-Б
2	3,71	ДТП		38,788	8,4933	29,6932	69,1053	15,35	Б-Б

Рис. 10. Исходный сигнал



N	Время, мс	Детектор	Компонент	Высота, мВ	Площадь, мВ*мс	Высота, %	Площадь, %	Ширина, сек	Тип
1	0,48	ДТП		98,020	3,9469	70,6357	32,0175	2,50	Б-Б
2	3,74	ДТП	дополн	40,749	8,3804	29,3543	67,9825	13,80	Б-Б

Рис. 11. Работа каскада из 2 КИХ-фильтров 25 порядка

### Литература

1. Сакодынский К.И., Бражников В.В., Волков С.А. Аналитическая хроматография. – М.: Химия, 1993.
2. Рабинер Л., Гуолд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов. – М.: Мир, 1978. – 848 С.
3. Основы цифровой обработки сигналов. Курс лекций / Авторы А.И.Солоница, Д.А. Улахович. С.М. Арбузов, Е.Б. Соловьева. Изд. 2-е исп. и перераб. - СПб.: БХВ. – Петербург, 2005, 768 С.
4. Куприянов М.С., Матюшкин Б.Д. Цифровая обработка сигналов: процессоры, алгоритмы, средства проектирования. 2-е изд. перераб. и доп. – СПб: Политехника, 2002. - 592 с.
5. Опленгейм А., Шафер Р. Цифровая обработка сигналов. –

М. Техносфера, 2006. – 856с.

6. Сергиенко А.Б. Цифровая обработка сигналов. Учебник для вузов. 2-е изд. - СПб.:«Питер», 2006. – 751 с.

7. Сизова Н.О., Гитлин В.Б. Проектирование оптимального фильтра для обработки сигнала хроматографа / Информационные системы в науке, промышленности и образовании - Ижевск: Издательство ИжГТУ, 2011

8. Сизова Н.О., Гитлин В.Б. Выбор параметров фильтра для эффективного подавления шумов хроматографа / Информационные технологии в науке, промышленности и образовании: Сборник трудов научно-технической конференции факультета «Информатика и вычислительная техника» (24 апреля 2010г), - с. 40-42.

### CASCADE CONNECTION OPTIMAL LINEAR PHASE FIR FILTERS

*Vzduleva N.O., Gitlin V.B.*

It is shown that to increase the sensitivity of the chromatographic analysis is necessary to filter the signal from the chromatograph using FIR filters with linear phase. It became clear from the analysis of the signal characteristics that the order of the FIR filter, including optimal FIR filter has a rather high value, calculation methods require special filters. The author suggests the method of construction of quasi-optimal FIR filters using high-order algorithm Parks - McClellan by cascading FIR filters of lower order. The author carried out the Comparisons of the proposed methods with the results of calculation optimum filter by system MatLab. Using the example of signal processing chromatography that the results of the two methods of calculation are practically the same at a much smaller number of computations of the proposed method. The use of a cascade connection of two FIR filters are allowed to increase the signal / noise ratio of the signal obtained at the output of the chromatograph, about eight times.

## ОПТИМИЗАЦИЯ МНОГОСКОРОСТНОГО АДАПТИВНОГО ФИЛЬТРА С РАВНОМЕРНЫМ РАЗБИЕНИЕМ ПО ЧАСТОТЕ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ АЛГОРИТМА НАИМЕНЬШЕГО СРЕДНЕКВАДРАТИЧЕСКОГО ОТКЛОНЕНИЯ

*Линович А.Ю., к.т.н., доцент, старший научный сотрудник Рязанского государственного радиотехнического университета, e-mail: rsrtu@yandex.ru*

**Ключевые слова:** многоскоростной адаптивный фильтр, оптимизация структуры, алгоритм наименьшего среднеквадратического отклонения, подсистема анализа-синтеза.

### Введение

Многоскоростной адаптивный фильтр (МАФ) представляет собой многоканальную структуру, внутри которой в каждом из каналов выполняется адаптивная обработка отдельной узкой полосы, выделенной из спектра входного сигнала. Упрощённая схема МАФ приведена на рис. 1.

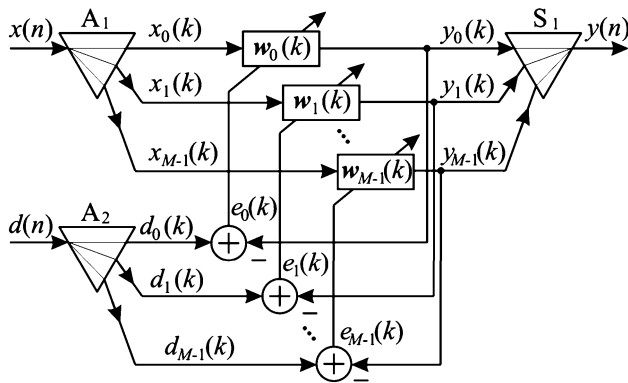


Рис. 1. Структурная схема МАФ

Здесь  $A_1$  и  $A_2$  – подсистемы анализа, расщепляющие входной сигнал  $x(n)$  и обучающий сигнал  $d(n)$  на  $M$  спектральных полос, которым соответствуют сигналы  $x_0(k), x_1(k), \dots, x_{M-1}(k)$  и  $d_0(k), d_1(k), \dots, d_{M-1}(k)$ . Равномерное разбиение по частоте предполагает равенство всех спектральных полос по ширине и равномерное распределение их центральных частот с шагом  $f_{\text{кв}} / M$  по частоте, где  $f_{\text{кв}}$  – частота дискретизации входного сигнала.  $S_1$  – подсистема синтеза, выполняющая объединение выходных сигналов  $y_0(k), y_1(k), \dots, y_{M-1}(k)$  отдельных адаптивных ядер  $w_0(k), w_1(k), \dots, w_{M-1}(k)$  в результирующий выходной сигнал  $y(n)$ . Поскольку ширина каждой из образованных спектральных полос меньше ширины спектра входного и обучающего сигнала, в подсистемах анализа выполняется переход на более низкую частоту дискретизации, а в дальнейшем первоначальное значение частоты дискретизации восстанавливается в подсистеме синтеза. Для удобства различения дискретных сигналов, определённых на высокой и на пониженной частотах дискретизации, на рис. 1 при нумерации отсчётов используются разные индексы времени:  $n$  и  $k$ .

Для успешного функционирования МАФ подсистемы

Статья посвящена решению задачи оптимального проектирования многоканального адаптивного фильтра с равномерным разбиением по частоте, в котором для настройки адаптивных ядер используется алгоритм наименьшего среднеквадратического отклонения. Выводятся аналитические зависимости, позволяющие оценить наилучшие параметры настройки структуры: число каналов, коэффициент децимации и порядки цифровых не-рекурсивных фильтров. Приводятся результаты компьютерного моделирования, подтверждающие корректность полученных результатов.

$A_1$  и  $A_2$  по своим свойствам должны быть строго одинаковыми, а подсистема  $S_1$  должна быть надлежащим образом оптимизирована, чтобы соответствовать подсистемам  $A_1$  и  $A_2$ . Можно говорить, что подсистемы  $A_1, A_2$  и  $S_1$  образуют единую подсистему анализа-синтеза (ПАС). Более подробно принципы построения ПАС рассмотрены в [1]. Алгоритм расчёта подсистем анализа-синтеза с передискретизацией описан в [2, 3].

Следует заметить, что в настоящее время известно много вариантов организации МАФ [4, 5]. На рис. 1 рассмотрен лишь один из них, получивший наибольшую известность [6]. Характерными чертами рассматриваемой нами структуры МАФ являются: во-первых, независимость настройки адаптивных ядер в каждом из каналов, во-вторых, равномерность разбиения входного сигнала по частоте и, в-третьих, использование только не-рекурсивных цифровых фильтров.

Независимая настройка адаптивных ядер позволяет достичь наибольшей экономии по вычислительным затратам, что имеет решающее значение при реализации МАФ в реальном времени. Настройка каждого из адаптивных ядер выполняется на основе алгоритма наименьшего среднеквадратического отклонения (НСК<sup>1</sup>) [7]. Этот алгоритм получил в настоящее время широкую известность, благодаря простоте математического описания и программной реализации, а также благодаря относительно невысоким требованиям к вычислительным затратам. Во многих научных работах алгоритм НСК служит ориентиром для сравнения при анализе эффективности других алгоритмов.

<sup>1</sup> В англоязычной литературе этот алгоритм получил наибольшую известность среди алгоритмов адаптивной фильтрации и носит название «Least-mean square (LMS) algorithm» [6, 8].



Равномерное разбиение по частоте, как уже упоминалось выше, подразумевает разделение входного сигнала подсистемой анализа на ряд спектральных полос равной ширины, размещённых с постоянным шагом по частоте (рис. 2). Равномерные ПАС строятся на основе набора комплексных цифровых фильтров, полученных умножением импульсной характеристики низкочастотного фильтра-прототипа на комплексные экспоненты соответствующих частот:  $\exp(2\pi j(m+1/2)n/M)$ , где  $j$  – мнимая единица, а  $m$  – порядковый номер канала МАФ. Низкочастотный фильтр-прототип имеет вещественные весовые коэффициенты, при этом амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) данного фильтра  $|H_{НЧ}(e^{j\omega})|$  симметрична относительно оси ординат.

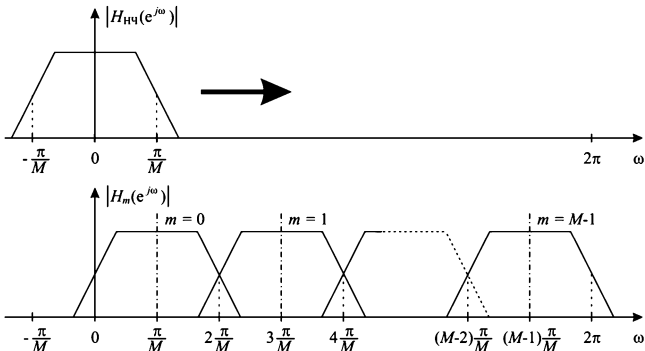


Рис. 2. АЧХ фильтров анализа при равномерном разбиении по частоте: все  $M$  фильтров анализа получены от одного и того же низкочастотного фильтра-прототипа

Нерекурсивные цифровые фильтры, называемые также фильтрами с конечной памятью или фильтрами с конечной импульсной характеристикой (КИХ), математически могут быть описаны операцией дискретной свёртки вектора весовых коэффициентов фильтра и вектора, элементами которого являются отсчёты дискретного входного сигнала. Применение линейной свёртки позволяет получить фильтр со строго линейной фазочастотной характеристикой. Другим преимуществом КИХ-фильтров перед рекурсивными фильтрами является их гарантированная устойчивость, обусловленная отсутствием обратных связей.

Обработка сигналов в адаптивных ядрах тоже осуществляется методом линейной свёртки. Однако присутствие обратной связи в самом адаптивном алгоритме, выполняющем настройку весовых коэффициентов, может выводить адаптивные ядра за границу устойчивости. Вопросы устойчивости адаптивных алгоритмов рассмотрены в [6, 8, 9], выполнение ряда условий позволяет без особых трудностей обеспечить устойчивую работу алгоритма НСК.

**Постановка задачи оптимального проектирования, применительно к МАФ на основе алгоритма НСК**

В [10] обсуждался вопрос эквивалентности различных структур МАФ по точности настройки в установленном режиме. Понижение частоты дискретизации входного сигнала в  $\nu$  раз позволяет проредить импульсную характеристику адаптивного фильтра (АФ) также в  $\nu$  раз. Если период дискретизации понижается в  $\nu$  раз, то есть когда  $f_{кБ2} = f_{кБ1} / \nu$  ( $T_2 = T_1 \nu$ ), то при сохранении

прежней протяжённости импульсной характеристики фильтра число весовых коэффициентов (порядок фильтра) понижается в  $\nu$  раз:  $N_2 = N_1 / \nu$ . Поэтому эквивалентным порядком  $N_{\text{ЭКВ}}$  КИХ-фильтра, работающего на пониженной частоте дискретизации, будем называть порядок КИХ-фильтра, который, работая без понижения частоты дискретизации, воспроизводит импульсную характеристику такой же длины. То есть, при понижении частоты дискретизации в  $\nu$  раз, эквивалентный порядок КИХ-фильтра  $N_{\text{ЭКВ}}$  в  $\nu$  раз выше действительного порядка этого фильтра  $N_2$ .

Согласно [11], для того чтобы при переходе от обычного АФ, работающего без понижения частоты дискретизации, к МАФ точность настройки в установленном режиме осталась прежней, необходимо, чтобы эквивалентный порядок МАФ  $N_{\text{ЭКВ}}^*$  был больше эквивалентного порядка обычного АФ  $N_{\text{ЭКВ}}$  на величину  $\Delta N_{\text{ЭКВ}} = N_{\text{АС}}$ , где  $N_{\text{АС}}$  – порядок фильтров подсистемы анализа-синтеза:

$$N_{\text{ЭКВ}}^* = N_{\text{ЭКВ}} + N_{\text{АС}} \tag{1}$$

При этом следует учесть, что точность настройки ограничена ошибкой воспроизведения ПАС, вызванной неидеальностью фильтров анализа и синтеза. Строгих математических соотношений, позволяющих выразить минимальный порядок фильтров анализа и синтеза через ошибку воспроизведения и другие параметры ПАС, на данный момент не известно. Определим приближённую оценку, основываясь на методике, описанной в [1].

Как уже говорилось выше, все фильтры равномерной ПАС получаются на основе одного общего для них низкочастотного фильтра-прототипа. Порядок любого из фильтров ПАС  $N_{\text{АС}}$  равен порядку фильтра-прототипа. В [1] показано, что для оценки порядка низкочастотного фильтра (рис. 3) можно воспользоваться следующим выражением:

$$N_{\text{АС}} = \alpha \beta L(\epsilon_1, \epsilon_2) \tag{2}$$

где  $\alpha = \omega_{c1} / (\omega_{c2} - \omega_{c1})$  – показатель прямоугольности АЧХ,  $\beta = 2\pi / \omega_{c1}$  – показатель узкополосности фильтра,  $L(\epsilon_1, \epsilon_2)$  – показатель частотной избирательности,  $\omega_{c1}$  и  $\omega_{c2}$  – частоты среза полосы пропускания и зоны непрозрачности, соответственно.

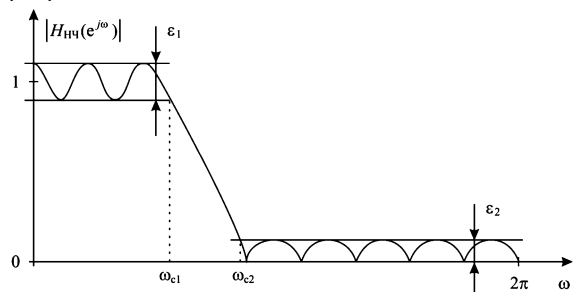


Рис. 3. АЧХ низкочастотного фильтра

На основе экспериментальных данных, полученных по большому числу оптимальных фильтров, было выведено эмпирическое соотношение, связывающее неравномерность АЧХ в полосе пропускания  $\epsilon_1$  и уровень подавления в зоне непрозрачности  $\epsilon_2$  проектируемого фильтра с показателем его частотной избирательности [12]:

$$L(\varepsilon_1, \varepsilon_2) = [c_1 (\lg \varepsilon_1)^2 + c_2 \lg \varepsilon_1 + c_3] \lg \varepsilon_2 + [c_4 (\lg \varepsilon_1)^2 + c_5 \lg \varepsilon_1 + c_6], \quad (3)$$

где

$$c_1 = 5,309 \cdot 10^{-3}, \quad c_2 = 7,114 \cdot 10^{-2}, \\ c_3 = -4,761 \cdot 10^{-1}, \quad c_4 = -0,266 \cdot 10^{-3}, \\ c_5 = -5,941 \cdot 10^{-1}, \quad c_6 = -4,278 \cdot 10^{-1}.$$

Показатель частотной избирательности  $L(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$  при изменении параметров  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  в диапазоне  $10^{-4} \dots 10^{-1}$ , что отвечает фактически большинству используемых на практике вариантов, принимает значения от 1 до 5 и может быть аппроксимирован выражением [13, 1]

$$L(\varepsilon_1, \varepsilon_2) \approx -\frac{2}{3} \lg 10 \varepsilon_1 \varepsilon_2 \quad (4)$$

На рис. 4 сплошной линией представлены функциональные зависимости  $L(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$  для некоторой совокупности параметров  $\varepsilon_2$ , а штриховой линией – их аппроксимация в форме (4), предложенная Белланже [13].

Выражение (3) показывает, что при заданных  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  затраты на реализацию узкополосного фильтра с конечной памятью, пропорциональные его порядку, определяются главным образом двумя параметрами: показателем узкополосности  $\beta$  и показателем прямоугольности АЧХ  $\alpha$ .

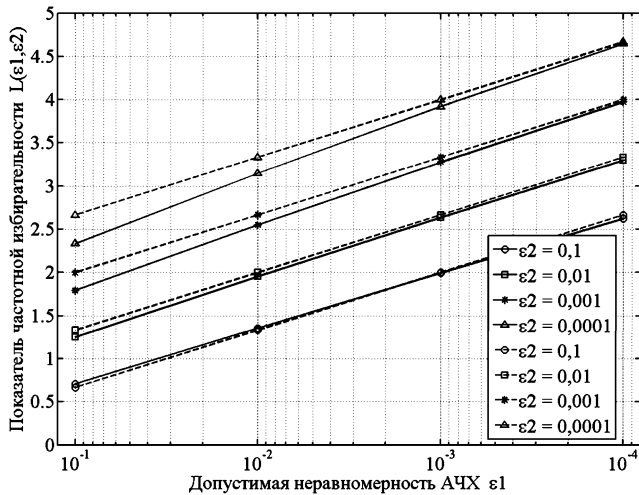


Рис. 4. Аппроксимация показателя частотной избирательности

Описанную выше методику оценки минимальной величины порядка низкочастотного фильтра можно перенести на ПАС с равномерным разбиением по частоте, если в качестве параметра  $\varepsilon_1$  использовать допустимую ошибку воспроизведения ПАС.

Анализируя схемы, представленные на рис. 2 и рис. 3, можно выразить частоты  $\omega_{c1}$  и  $\omega_{c2}$  (для МАФ с передискретизацией):

$$\omega_{c2} = \frac{\pi}{v}; \quad \omega_{c1} = \frac{2\pi}{M} - \omega_{c2} = \frac{2v - M}{vM} \pi. \quad (5)$$

Порядок фильтров ПАС  $N_{as}$  выражается формулой

$$N_{as} = \frac{\omega_{c1}}{\omega_{c2} - \omega_{c1}} \cdot \frac{2\pi}{\omega_{c1}} L(\varepsilon_1, \varepsilon_2) = \frac{2\pi}{\omega_{c2} - \omega_{c1}} L(\varepsilon_1, \varepsilon_2). \quad (6)$$

Выражение для  $\omega_{c1}$  в форме (5) получено в предпо-

ложении, что  $v > M/2$ . Если выбрать  $v < M/2$ , то при расчёте получим отрицательное значение для  $\omega_{c1}$ . С одной стороны, как будет показано ниже, оптимальное решение находится при условии  $v > M/2$ , а с другой стороны, замена отрицательной величины  $\omega_{c1}$  нулём приводит к увеличению порядка фильтров  $N_{as}$ , что очевидно из (6), а, следовательно, общий объём вычислительных затрат при этом не уменьшается, а даже увеличивается по сравнению с оценкой, получаемой на основании (6).

Подставляя (5) в (6), находим

$$N_{as} = \frac{Mv}{M - v} \cdot L(\varepsilon_1, \varepsilon_2). \quad (7)$$

Результаты экспериментального поиска минимального порядка, полученные для разных сочетаний числа каналов ПАС  $M$  и коэффициента децимации  $v$ , представлены в табл. 1. В проведённых экспериментах использовался алгоритм, описанный в [2], а параметры  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  были заданы равными друг другу:  $\varepsilon_1 = 0,01$ ,  $\varepsilon_2 = 0,01$ .

На рис. 5 сравниваются экспериментально полученные данные, представленные в табл. 1, и теоретические оценки, полученные с помощью (7). Результаты экспериментов показаны символами разной формы, соединёнными между собой отрезками штриховых линий. Приближённые теоретические оценки изображены соответствующими им сплошными линиями.

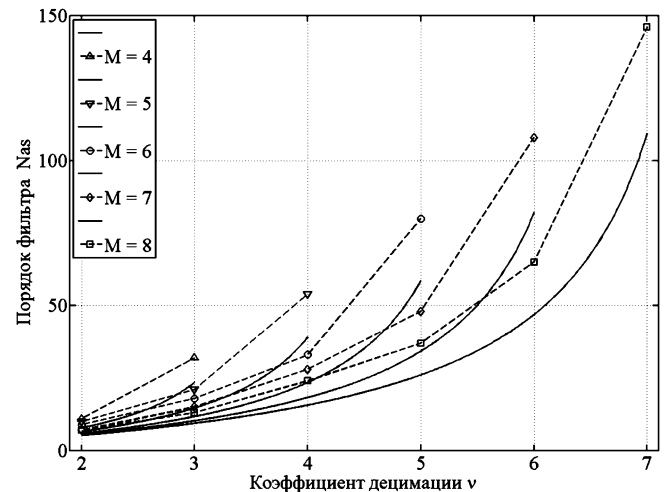


Рис. 5. Сравнение теоретических оценок порядка фильтров ПАС, найденных с помощью (2), с результатами экспериментов ( $\varepsilon_1 = 0,01$ ,  $\varepsilon_2 = 0,01$ )

Если выбрать в качестве целевой функции объём вычислительных затрат на реализацию МАФ в реальном времени, а точность воспроизведения желаемых характеристик отнести к ограничивающим факторам, то, учитывая (1) и (7), задачу оптимального проектирования с учётом указанных выше положений можно сформулировать следующим образом.

Для заданного эквивалентного порядка МАФ  $N_{эkv}$  и заданного показателя частотной избирательности ПАС  $L_{ПАС}(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$  требуется найти такое число каналов  $M$  и такую величину коэффициента децимации  $v$ , при которых объём вычислительных затрат  $V(M, v)$  на реализацию МАФ в реальном времени оказывается минимальным:

Таблица 1. Результаты экспериментальной оценки минимального порядка фильтров анализа и синтеза

Число каналов ПАС М	Коэффициент прореживания $\nu$					
	2	3	4	5	6	7
4	$N_{as} = 11$	$N_{as} = 32$	—	—	—	—
5	—	$N_{as} = 21$	$N_{as} = 54$	—	—	—
6	—	—	$N_{as} = 33$	$N_{as} = 80$	—	—
7	—	—	$N_{as} = 28$	$N_{as} = 48$	$N_{as} = 108$	—
8	—	—	—	$N_{as} = 37$	$N_{as} = 65$	$N_{as} = 146$

$$\begin{cases} V(M, \nu) \rightarrow \min_{M, \nu}, \\ N_{\text{ЭКВ}} = \text{const}, \\ L_{\text{ПАС}}(\varepsilon_1, \varepsilon_2) = \text{const}. \end{cases} \quad (8)$$

Вычислительные затраты будем оценивать числом операций комплексного умножения, приходящихся на один отсчёт входного сигнала при адаптивной настройке МАФ в реальном времени. Общий объём вычислительных затрат  $V(M, \nu)$  складывается (рис. 1) из вычислительных затрат на реализацию двух подсистем анализа  $A_1$  и  $A_2$ , одной подсистемы синтеза  $S_1$  и  $M$  адаптивных ядер  $w_0(k), w_1(k), \dots, w_{M-1}(k)$ , в которых настройка выполняется по алгоритму НСК:

$$V(M, \nu) = \frac{M}{\nu} \left( 2N_{as} + N_{as} + \frac{2N_{\text{ЭКВ}}^*}{\nu} \right). \quad (9)$$

В (9) учитывается, что МАФ имеет  $M$  каналов, каждый из которых функционирует на пониженной в  $\nu$  раз частоте дискретизации. Задачу оптимального проектирования (8) можно конкретизировать в виде

$$\begin{cases} \frac{M}{\nu} \left( 2N_{as} + N_{as} + \frac{2N_{\text{ЭКВ}}^*}{\nu} \right) \rightarrow \min_{M, \nu}, \\ N_{\text{ЭКВ}}^*(M, \nu) = N_{\text{ЭКВ}} + N_{as}(M, \nu), \\ N_{as}(M, \nu) = \frac{M\nu}{M-\nu} \cdot L_{\text{ПАС}}(\varepsilon_1, \varepsilon_2), \\ N_{\text{ЭКВ}} = \text{const}, L_{\text{ПАС}}(\varepsilon_1, \varepsilon_2) = \text{const}. \end{cases} \quad (10)$$

**Решение задачи оптимального проектирования, применительно к МАФ на основе алгоритма НСК**

Найдём минимум функции двух переменных

$$V(M, \nu) = \frac{M}{\nu} \left( 3 \frac{M\nu}{M-\nu} \cdot L_{\text{ПАС}}(\varepsilon_1, \varepsilon_2) + \frac{2}{\nu} (N_{\text{ЭКВ}} + \frac{M\nu}{M-\nu} \cdot L_{\text{ПАС}}(\varepsilon_1, \varepsilon_2)) \right) \rightarrow \min_{M, \nu}, \quad (11)$$

выражающей общий объём вычислительных затрат на реализацию в реальном времени МАФ с равномерным разбиением по частоте при использовании алгоритма НСК:

$$\begin{aligned} V(M, \nu) &= 3 \frac{M^2}{M-\nu} \cdot L_{\text{ПАС}}(\varepsilon_1, \varepsilon_2) + \\ &+ \frac{2M}{\nu^2} \left( N_{\text{ЭКВ}} + \frac{M\nu}{M-\nu} \cdot L_{\text{ПАС}}(\varepsilon_1, \varepsilon_2) \right) = \\ &= \frac{3M^2 L_{\text{ПАС}}(\varepsilon_1, \varepsilon_2)}{M-\nu} + \frac{2MN_{\text{ЭКВ}}}{\nu^2} + \frac{2M^2 L_{\text{ПАС}}(\varepsilon_1, \varepsilon_2)}{\nu(M-\nu)}. \end{aligned}$$

Для упрощения дальнейших преобразований введём параметр

$$\xi = \frac{2N_{\text{ЭКВ}}}{3L_{\text{ПАС}}(\varepsilon_1, \varepsilon_2)} \quad (12)$$

и функцию

$$V_0(M, \nu) = \frac{V(M, \nu)}{3L_{\text{ПАС}}(\varepsilon_1, \varepsilon_2)}, \quad (13)$$

которая отличается от  $V(M, \nu)$  постоянным коэффициентом и, следовательно, имеет минимум в той же точке  $(M_{\text{опт}}, \nu_{\text{опт}})$ .

В точке минимума дробно-рациональной функции двух переменных обе частные производные обращаются в нуль. Найдём частные производные (13):

$$\begin{cases} \frac{\partial V_0}{\partial \nu} = \frac{M^2}{(\nu-M)^2} - \frac{2\xi M}{\nu^3} + \\ + 2M^2 \left( -\frac{1}{3\nu^2(M-\nu)} + \frac{1}{3\nu(M-\nu)^2} \right), \\ \frac{\partial V_0}{\partial M} = \frac{\xi}{\nu^2} + \frac{2M(M-\nu) - M^2}{(\nu-M)^2} + \\ + \frac{3 \cdot 4M\nu(M-\nu) - 3 \cdot 2M^2\nu}{9\nu^2(M-\nu)^2}. \end{cases}$$

Приравняв обе частные производные к нулю, получим систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{M^2}{(M-\nu)^2} - \frac{2\xi M}{\nu^3} - \\ - \frac{2M^2}{3\nu^2(M-\nu)} + \frac{2M^2}{3\nu(M-\nu)^2} = 0, \\ \frac{\xi}{\nu^2} + \frac{2M(M-\nu) - M^2}{(M-\nu)^2} + \\ + \frac{4M\nu(M-\nu) - 2M^2\nu}{3\nu^2(M-\nu)^2} = 0. \end{cases}$$

Учитывая, что  $1 < \nu < M$  (из соображений технической реализуемости МАФ с передискретизацией) и вводя подобные члены, преобразуем систему к виду

$$\begin{cases} M\nu^3 - 2\xi(M-\nu)^2 - \frac{2}{3}M\nu(M-2\nu) = 0, \\ \xi(M-\nu)^2 + M\nu^2(M-2\nu) + \\ + \frac{2}{3}M\nu(M-2\nu) = 0. \end{cases} \quad (14)$$

Складывая первое уравнение системы (14) со вторым, получим

$$M\nu^3 - \xi(M-\nu)^2 + M\nu^2(M-2\nu) = 0.$$

Тогда

$$Mv^2 = \xi(M - v) \quad (15)$$

или

$$M = \frac{v}{1 - \frac{v^2}{\xi}}. \quad (16)$$

Преобразуем второе уравнение системы (14):

$$\xi(M - v)^2 + Mv^2(M - v) - Mv^3 + \frac{2}{3}Mv(M - v) - \frac{2}{3}Mv^2 = 0,$$

а затем, принимая во внимание (15), получаем

$$\begin{aligned} \frac{1}{\xi}(Mv^2)^2 + \frac{1}{\xi}Mv^2Mv^2 - \\ - Mv^2v + \frac{2}{3\xi}Mv^2Mv - \frac{2}{3}Mv^2 = 0 \\ 2Mv^2v - \xi v^2 + \frac{2}{3}Mv^2 - \frac{2}{3}\xi v = 0. \end{aligned} \quad (17)$$

Из (16) следует, что

$$Mv^2 = \frac{\xi v^3}{\xi - v^2}. \quad (18)$$

Подставляя (18) в (17), находим

$$\begin{aligned} 2 \frac{\xi v^3}{\xi - v^2} v - \xi v^2 + \frac{2}{3} \frac{\xi v^3}{\xi - v^2} - \frac{2}{3} \xi v = 0, \\ v^3 + \frac{4}{9}v^2 - \frac{\xi}{3}v - \frac{2\xi}{9} = 0. \end{aligned} \quad (19)$$

Введём новую переменную

$$y = v + \frac{4}{27}. \quad (20)$$

Теперь (19) примет вид

$$y^3 + py + q = 0, \quad (21)$$

где

$$p = -\frac{\xi}{3} - \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{4}{9}\right)^2 = -\frac{1}{3} \left(\xi + \frac{16}{81}\right),$$

$$\begin{aligned} q = \frac{2}{27} \cdot \left(\frac{4}{9}\right)^3 - \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{9} \cdot \left(-\frac{\xi}{3}\right) + \\ + \left(-\frac{2\xi}{9}\right) = \frac{2}{27} \left[ \left(\frac{4}{9}\right)^3 - \frac{7\xi}{3} \right]. \end{aligned}$$

Уравнение (21) является линейным уравнением третьей степени, представленным в каноническом виде, и решается с использованием формулы Кардано [14].

Определим параметр Q алгоритма Кардано:

$$\begin{aligned} Q = \left(\frac{p}{3}\right)^3 + \left(\frac{q}{2}\right)^2 = -\frac{1}{3^6} \left(\xi + \frac{16}{81}\right)^3 + \frac{1}{3^6} \left[ \left(\frac{4}{9}\right)^3 - \frac{7\xi}{3} \right]^2 = \\ = -\frac{1}{3^6} \left( \xi^3 - \frac{131}{3^3} \xi^2 + \frac{2^7}{3^5} \xi \right) \end{aligned}$$

Известно, что если  $Q \leq 0$ , то уравнение (21) имеет два и более вещественных корней. В нашем случае

$Q \leq 0$  при  $0 \leq \xi \leq 1/9$  или  $\xi \geq 128/27$ . Несмотря на то, что для уравнения (21) возможно существование нескольких положительных корней, тем не менее, с учётом перехода (20), уравнение (19) имеет только один положительный корень, о чём свидетельствуют результаты предварительного анализа (19).

Находим одно из трёх решений (21) по формуле Кардано:

$$\begin{aligned} y_0 = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{Q}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{Q}} = \\ = -\frac{1}{3^6} \left( \xi^3 - \frac{131}{3^3} \xi^2 + \frac{2^7}{3^5} \xi \right), \\ y_0 = \frac{1}{3} \sqrt[3]{\frac{7\xi}{3} - \left(\frac{4}{9}\right)^3} + \sqrt{\frac{131}{3^3} \xi^2 - \xi^3 - \frac{2^7}{3^5} \xi} + \\ + \frac{1}{3} \sqrt[3]{\frac{7\xi}{3} - \left(\frac{4}{9}\right)^3 - \sqrt{\frac{131}{3^3} \xi^2 - \xi^3 - \frac{2^7}{3^5} \xi}} \end{aligned} \quad (22)$$

Из (20) и (22) находим решение поставленной задачи:

$$\begin{aligned} v_{\text{опт}} = -\frac{4}{27} + \\ + \frac{1}{3} \sqrt[3]{\frac{7\xi}{3} - \left(\frac{4}{9}\right)^3} + \sqrt{\frac{131}{3^3} \xi^2 - \xi^3 - \frac{2^7}{3^5} \xi} + \\ + \frac{1}{3} \sqrt[3]{\frac{7\xi}{3} - \left(\frac{4}{9}\right)^3 - \sqrt{\frac{131}{3^3} \xi^2 - \xi^3 - \frac{2^7}{3^5} \xi}}, \end{aligned} \quad (23, \text{ а})$$

$$M_{\text{опт}} = \frac{v_{\text{опт}}}{1 - \frac{v_{\text{опт}}^2}{\xi}}. \quad (23, \text{ б})$$

Равенство нулю обеих частных производных является лишь необходимым условием экстремума функции двух переменных (13). Строго говоря, полученное нами решение позволяет утверждать только, что точка  $(M_{\text{опт}}, v_{\text{опт}})$  является критической точкой.

Достаточным условием минимума функции двух переменных является выполнение в критической точке следующих трёх условий [15]:

1) частные производные до третьего порядка включительно должны быть непрерывными в точке в некоторой области, содержащей точку  $(M_{\text{опт}}, v_{\text{опт}})$ ,

2) должно выполняться условие

$$\frac{\partial^2 V_0(M_{\text{опт}}, v_{\text{опт}})}{\partial v^2} > 0, \quad (24)$$

3) должно выполняться условие

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 V_0(M_{\text{опт}}, v_{\text{опт}})}{\partial M^2} \cdot \frac{\partial^2 V_0(M_{\text{опт}}, v_{\text{опт}})}{\partial v^2} - \\ - \left( \frac{\partial^2 V_0(M_{\text{опт}}, v_{\text{опт}})}{\partial M \partial v} \right)^2 > 0 \end{aligned} \quad (25)$$

Непрерывность частных производных очевидна, поскольку функция  $V_0(M, v)$  является дробно-рациональной, и справедливы условия  $v > 0$  и  $v < M$ .

Условие (24) тоже доказывается несложно:

$$\frac{\partial V_0}{\partial v} = \frac{M^2}{(M-v)^2} - \frac{2\xi M}{v^3} + \frac{2M^2}{3} \cdot \frac{2v-M}{v^2(M-v)^2},$$

$$\frac{\partial^2 V_0}{\partial v^2} = \frac{2M}{v^4(M-v)^3} [Mv^4 + 3\xi(M-v)^3 + \frac{2}{3}Mv(M^2 - Mv - v^2)].$$

Группируем слагаемые, стоящие в квадратных скобках:

$$\frac{\partial^2 V_0}{\partial v^2} = \frac{2M}{v^4(M-v)^3} [Mv^4 + 3\xi(M-v)^3 + \frac{2}{3}M^2v(M-v) - \frac{2}{3}Mv^3] =$$

$$= \frac{2M}{v^4(M-v)^3} [Mv^3(v - \frac{2}{3}) + 3\xi(M-v)^3 + \frac{2}{3}M^2v(M-v)].$$

Если принять во внимание, что кроме условий  $v > 0$  и  $v < M$  выполняется условие  $v \geq 1$ , так как частота дискретизации понижается, а не повышается, то становится ясно, что вторая производная принимает только положительные значения.

Условие (25) доказать несколько труднее. Алгебраические преобразования получаются слишком громоздкими, и затруднительно привести их в данной статье. В то же время, нетрудно обосновать, что найденная выше точка  $(M_{\text{опт}}, v_{\text{опт}})$  является точкой минимума функции двух переменных.

Условиям  $v > 0$  и  $v < M$  соответствует область, ограниченная пересекающимися прямыми  $v = 0$  и  $v = M$ . Анализ выражений (11) и (13) позволяет утверждать, что  $V_0(M, v)$  является дробно-рациональной функцией, причём для всех точек, лежащих на прямых  $v = 0$  и  $v = M$ , числитель данной функции отличен от нуля, а знаменатель стремится к 0.

Для  $V_0(M, v)$  выполняются следующие четыре условия:

- 1)  $V_0(M, v) \rightarrow +\infty$  при  $v \rightarrow 0_+$ ,
- 2)  $V_0(M, v) \rightarrow +\infty$  при  $v \rightarrow M_+$ ,
- 3)  $V_0(M, v) \rightarrow +\infty$  при  $M \rightarrow 0_+ \forall v \in (0, M)$ ,
- 4)  $(M_{\text{опт}}, v_{\text{опт}})$  является единственной критической точкой при  $v > 0$ , о чём было сказано при анализе уравнения (19).

Поскольку на границах рассматриваемой нами области  $V_0(M, v)$  стремится к бесконечности, а найденная точка  $(M_{\text{опт}}, v_{\text{опт}})$ , принадлежащая данной области, является единственной критической точкой, и только в этой точке может существовать экстремум [15], то очевидно, что найденная нами точка является точкой минимума.

Один из возможных графиков функции двух переменных  $V_0(M, v)$ , полученный при выборе некоторых типовых значений её параметров, показан на рис. 6. Для удобства восприятия внизу показаны линии уровня, очерчивающие область, в которой находится точка минимума.

Полученное выше решение в форме (23) является точным решением поставленной задачи оптимизации, но пользоваться им на практике несколько затруднительно. Ниже предлагается приближённое решение.

Из (19) следует, что

$$\xi = \frac{v^3 + \frac{4}{9}v^2}{\frac{1}{3}v + \frac{2}{9}} = 3v^2 \frac{3v + \frac{4}{3}}{3v + 2} = 3v^2 \left( 1 - \frac{2/3}{3v + 2} \right).$$

При  $v = 1$  второе выражение в скобках отличается от единицы на  $2/15$ , при  $v = 2$  – на  $1/12$ , при  $v = 3$  – на  $2/33$  и далее продолжает убывать с ростом  $v$ . Рассматривая данную составляющую как относительную погрешность определения  $\xi$ , получаем приближённое равенство

$$v_{\text{опт}} \approx \sqrt{\frac{\xi}{3}}. \tag{26, а}$$

Тогда из (23, б)

$$M_{\text{опт}} \approx \frac{\sqrt{3\xi}}{2}. \tag{26, б}$$

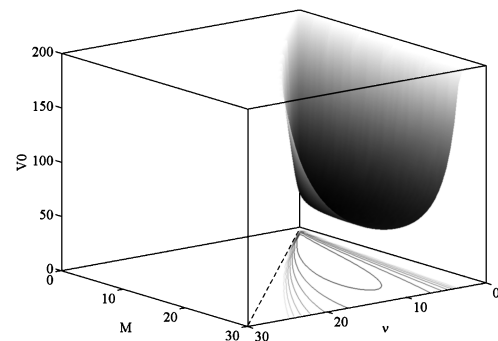


Рис. 6. Вид функции  $V_0(M, v)$  при  $v > 0$  и  $v < M$ .

Для удобства восприятия внизу показаны линии уровня

Выражениями (26) пользоваться намного проще, чем точными формулами (23).

С учётом (12) находим

$$v_{\text{опт}} \approx \sqrt{\frac{2N_{\text{экв}}}{9L_{\text{ПАС}}(\varepsilon_1, \varepsilon_2)}}, \quad M_{\text{опт}} \approx \sqrt{\frac{N_{\text{экв}}}{2L_{\text{ПАС}}(\varepsilon_1, \varepsilon_2)}}. \tag{27}$$

Приведём далее выражение, позволяющее оценить приращение эквивалентного порядка  $\Delta N_{\text{экв}} = N_{\text{ас}}$ , которое требуется для сохранения точности настройки в установленном режиме при переходе от обычного АФ, работающего без понижения частоты дискретизации, к МАФ. Воспользуемся (1), (10), (11) и (27):

$$\Delta N_{\text{экв}} = \frac{M_{\text{опт}} v_{\text{опт}}}{M_{\text{опт}} - v_{\text{опт}}} \cdot L_{\text{ПАС}}(\varepsilon_1, \varepsilon_2) \approx$$

$$\approx \frac{\sqrt{\frac{N_{\text{экв}}}{2L_{\text{ПАС}}(\varepsilon_1, \varepsilon_2)}} \sqrt{\frac{2N_{\text{экв}}}{9L_{\text{ПАС}}(\varepsilon_1, \varepsilon_2)}}}{\sqrt{\frac{N_{\text{экв}}}{2L_{\text{ПАС}}(\varepsilon_1, \varepsilon_2)}} - \sqrt{\frac{2N_{\text{экв}}}{9L_{\text{ПАС}}(\varepsilon_1, \varepsilon_2)}}} \cdot L_{\text{ПАС}}(\varepsilon_1, \varepsilon_2),$$

$$\Delta N_{\text{экв}} \approx \sqrt{2N_{\text{экв}} L_{\text{ПАС}}(\varepsilon_1, \varepsilon_2)}. \tag{28}$$

**Пример выбора оптимальной структуры для МАФ с равномерным разбиением по частоте при использовании алгоритма НСК**

Предположим, что для обеспечения необходимой точности настройки в установленном режиме адаптивный фильтр должен иметь эквивалентный порядок  $N_{\text{экв}} = 150$ . Для ПАС зададим показатель частотной избирательности  $L(\varepsilon_1, \varepsilon_2) = 2$  (то есть,  $\varepsilon_1 \approx \varepsilon_2 = 0,01$ ).

Выберем оптимальную структуру по критерию минимума операций комплексного умножения. Воспользуемся для этого выражениями (27) и (28). Находим  $M_{\text{опт}} \approx 6,68$ ,  $\nu_{\text{опт}} \approx 4,45$ ,  $\Delta N_{\text{экв}} \approx 24$ . Эквивалентный порядок МАФ должен быть равен  $150 + 24 = 174$ .

Теоретические оценки общего объема вычислительных затрат для разных значений  $M$  и  $\nu$  при заданных выше параметрах представлены в форме семейства кривых на рис. 7. Действительно, минимум вычислительных затрат достигается при  $M_{\text{опт}} \approx 6,68$  и  $\nu_{\text{опт}} \approx 4,45$ .

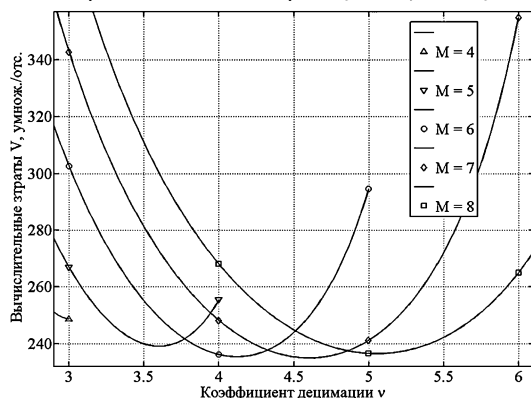


Рис. 7. Теоретические оценки общего объема вычислительных затрат для разных значений  $M$  и  $\nu$  при  $N_{\text{экв}} = 150$  и  $L(\varepsilon_1, \varepsilon_2) = 2$  ( $\varepsilon_1 \approx \varepsilon_2 = 0,01$ )

Но количество каналов МАФ и коэффициент децимации – это целые числа. Ближайшими целыми значениями к 4,45 являются числа 4 и 5.

Из (26) следует, что

$$M_{\text{опт}} \approx \frac{\sqrt{3\xi}}{2} \approx \frac{3}{2} \nu_{\text{опт}} \quad (29)$$

Если  $\nu_{\text{опт}} = 4$ , то  $M_{\text{опт}} = 6$ , а если  $\nu_{\text{опт}} = 5$ , то  $M_{\text{опт}} = 7,5$ . Предпочтение следует отдать первой паре, так как во втором случае значение  $M_{\text{опт}}$  далеко от ближайших к нему целых чисел 7 и 8.

И в самом деле, на рис. 7 точка, соответствующая выбору  $\nu_{\text{опт}} = 5$  и  $M_{\text{опт}} = 7$ , расположена даже выше точки, соответствующей выбору  $\nu_{\text{опт}} = 5$  и  $M_{\text{опт}} = 8$ .

Если для расчёта весовых коэффициентов фильтров ПАС использовать алгоритм, описанный в [2], то сможем получить ПАС, затраты на реализацию которых сведены в табл. 1. С учётом этих реально достигаемых характеристик получаем оценки, представленные на рис. 8.

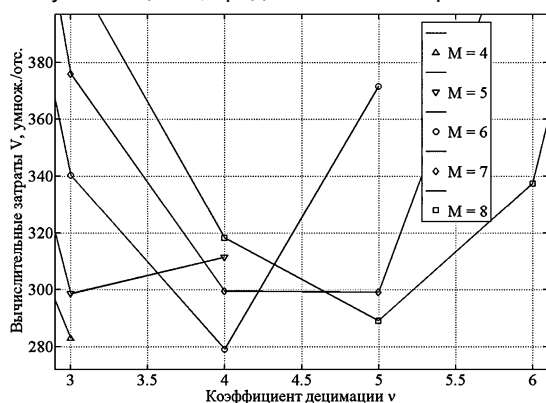


Рис. 8. Реально достигнутые вычислительные затраты для разных значений  $M$  и  $\nu$  при  $N_{\text{экв}} = 150$  и  $L(\varepsilon_1, \varepsilon_2) = 2$  ( $\varepsilon_1 \approx \varepsilon_2 = 0,01$ )

Минимум вычислительных затрат снова достигается при  $M_{\text{опт}} = 6$  и  $\nu_{\text{опт}} = 4$ . Хотя на реализацию реально полученных ПАС требуется несколько больший объем вычислительных затрат, чем тот минимальный уровень, который даёт (7) при оценках показателя частотной избирательности по (3) или (4).

## Заключение

В статье получены аналитические зависимости, позволяющие выбрать оптимальную структуру МАФ с равномерным разбиением по частоте при использовании алгоритма НСК. Для практического использования выведены простые приближённые формулы: (27), (28) и (29). Приводится пример использования предлагаемых расчётных соотношений.

Анализ теоретических и экспериментальных результатов, представленных на рис. 6-8, приводит к следующим выводам. Во-первых, при соблюдении оптимального соотношения между числом каналов и коэффициентом децимации (28) объём вычислительных затрат медленно меняется с ростом числа каналов МАФ. То есть, условие (29) является решающим в задаче оптимизации МАФ. При его выполнении  $M$  и  $\nu$  можно менять в широких пределах, практически не увеличивая вычислительные затраты. Во-вторых, при малом числе каналов (менее 10) следует учитывать дискретность параметров  $M$  и  $\nu$ , которые могут принимать только целочисленные значения. В окрестностях теоретически найденного решения задачи оптимизации следует выбирать такую пару целых чисел  $M_{\text{опт}}$  и  $\nu_{\text{опт}}$ , для которой условие (29) соблюдается с наименьшей погрешностью.

## Литература

1. Витязев В.В. Цифровая частотная селекция сигналов. – М.: Радио и связь, 1993. – 240 с.
2. Davidson T.N. Enriching the art of FIR filter design via convex optimization // IEEE signal processing magazine. 2010. – № 3. – pp. 89-101.
3. Wilbur M.R., Davidson T.N., Reilly J.P. Efficient design of oversampled NPR GDFT filter banks // IEEE transactions on signal processing. 2004. – № 7. – pp. 1947-1963.
4. Линович А.Ю. Адаптивные фильтры с цифровой частотной селекцией сигналов без дополнительной задержки и наложений спектра // Фундаментальные проблемы радиоэлектронного приборостроения / Материалы Международной научно – технической конференции «INTERMATIC-2012», 3-7 декабря 2012 г., Москва. / Под ред. академика РАН А.С. Сигова. – М.: МГТУ МИРЭА – ИРЭ РАН, 2012, часть 5. – 190 с. С. 69-71.
5. Линович А.Ю. Адаптивные фильтры с цифровой частотной селекцией сигналов в системах широкополосной связи // Фундаментальные проблемы радиоэлектронного приборостроения / Материалы Международной научно – технической конференции «INTERMATIC-2012», 3-7 декабря 2012 г., Москва. / Под ред. академика РАН А.С. Сигова. – М.: МГТУ МИРЭА – ИРЭ РАН, 2012, часть 5. – 190 с. С. 144 – 147.
6. Haykin S. Adaptive Filter Theory. – London: Pearson, 5th ed., 2013. – 912 pp.

7. Уидроу Б. и др. Комплексная форма алгоритма НСКО // ТИИЭР. 1975. – № 3. – С. 49 – 51.

8. Diniz P. Adaptive Filtering: Algorithms and Practical Implementation. – Lexington (KY, USA): Springer, 3rd ed., 2011. – 912 pp.

9. Уидроу Б., Стирнз С. Адаптивная обработка сигналов / Пер с англ. – М.: Радио и связь, 1989. – 440 с.

10. Линович А.Ю. Применение методов частотно-временной декомпозиции при решении задачи обратного моделирования // Цифровая обработка сигналов. 2005. – № 3. – С. 28-37.

11. Weiss S., Stewart R.W. On Adaptive Filtering in Oversampled Subbands. – Aachen (Germany): Shaker Verlag, 1998.

12. Рабинер Л., Гоулд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов. – М.: Мир, 1978. – 848 с.

13. Bellanger M.G. Traitement Numerique Du Signal. – Paris: Masson, 1980. – 375 pp.

14. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1984. – 832 с.

15. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление для втузов. – М.: Физматгиз, 1963. – 856 с.

## OPTIMIZATION OF THE MULTIRATE ADAPTIVE FILTER WITH LEAST-MEAN-SQUARE ALGORITHM IN EQUAL-WIDTH SUBBANDS

*Linovich A. Yu.*

The main subject is solving of the optimization problem for the multirate adaptive filter with least-mean-square algorithm in equal-width subbands. Analytical estimations for the best values of the main parameters of the multirate adaptive filter are derived. The results of the computer simulation which confirm the theoretical study are supplied.

The analysis of the theory and experiments results in the next decisions. First, while the optimal ratio between the decimation ratio and quantity of channels holds true, large changes of the quantity of channels tends to insignificant increase in the computational complexity. So this ratio may be considered as the main condition of optimality. Second, for the little quantity of channels the discreteness of the quantity of channels and decimation ratio should be taken into account. That is, in the neighborhood of the theoretical minimum point it is necessary to choose those couples of numbers which are closer to the optimal ratio.

### Уважаемые коллеги!

**Приглашаем Вас принять участие в формировании тематических выпусков журнала «Цифровая обработка сигналов» и размещению рекламы продукции (услуг) Вашей организации на его страницах. В случае положительного решения просим представить в редакцию журнала Ваши предложения по плановому размещению информационных материалов и макет рекламы продукции (услуг) с указанием желаемого её месторасположения: обложка (2-я, 3-я или 4-я стр.), цветная внутренняя полоса (объем полосы).**

Журнал «Цифровая обработка сигналов» издается с 1999 года. Выходит ежеквартально, тиражом – 700 экз. Распространяется по подписке через агентство «Роспечать» в России (индекс 82185), СНГ и странах Балтии (индекс 20630), а также на Конференции: «Цифровая обработка сигналов и ее применение – DSPA'» и Выставках: «ЕхроElectronica», «СвязьЭкспокомм», «ЭЛЕКТРОНИКА: компоненты, оборудование, технологии» (г. Москва) и др.

Научно-технический журнал «Цифровая обработка сигналов» включен в Список изданий, рекомендуемый ВАК РФ для публикации результатов научных исследований соискателями ученой степени доктора и кандидата технических наук в области радиотехники, связи, вычислительной техники, электроники, информационно-измерительных и управляющих систем.

#### Планируемые сроки издания отдельных номеров журнала:

№ 1 – март 2014 г. Тематический выпуск: «ЦОС в информационно-измерительных системах».

№ 2 – июнь 2014 г. Тематический выпуск: «Теория и методы цифровой обработки сигналов» (по материалам международной научно-технической конференции «Цифровая обработка сигналов и ее применение – DSPA' 2014»).

№ 3 – сентябрь 2014 г. Тематический выпуск: «Цифровая обработка изображений».

№ 4 – декабрь 2014 г. Тематический выпуск: «ЦОС в радиотехнике и системах телекоммуникаций».

#### Ориентировочная стоимость рекламных услуг:

4-я (внешняя) страница цветной обложки – 25 тысяч рублей.

2-я и 3-я (внутренние) страницы цветной обложки – 15 тысяч рублей.

1\2 цветной внутренней полосы – 8 тысяч рублей.

#### Ждем Ваших предложений

С наилучшими пожеланиями, зам. главного редактора д.т.н., профессор Витязев Владимир Викторович, телефон 8-903-834-81-81.

*Предложения прошу направлять по адресу: E-mail: vityazev.v.v@rsreu.ru или info@dspa.ru*

## ОСОБЕННОСТИ И ХАРАКТЕРИСТИКИ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ЧАСТОТЫ ЦИФРОВЫМИ ФУНКЦИОНАЛЬНЫМИ УСТРОЙСТВАМИ ЗАПИСИ И ВОСПРОИЗВЕДЕНИЯ РАДИОСИГНАЛОВ В МНОГОСИГНАЛЬНОМ РЕЖИМЕ

*Козлов С.В., д.т.н., заместитель начальника кафедры радиотехники и антенно-фидерных устройств Военно-воздушной академии им. профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина (г. Воронеж), e-mail: korvin92@bk.ru*  
*Мазиллов С.Л., к.т.н., старший преподаватель кафедры радиотехники и антенно-фидерных устройств Военно-воздушной академии им. профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина, e-mail: mazilov59@mail.ru*  
*Усков А.В., адъюнкт кафедры радиотехники и антенно-фидерных устройств Военно-воздушной академии им. профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина, e-mail: sc79@mail.ru*

**Ключевые слова:** цифровое функциональное устройство, запись и воспроизведение радиосигналов, восстановление частоты, многосигнальный режим, бигармонический сигнал.

### Введение

В ряде задач радионавигации, радиолокации и радиоподавления решается задача восстановления (воспроизведения) частоты на основе наблюдения радиосигналов на ограниченном интервале времени. Для решения этой задачи могут быть использованы лампы бегущей волны (ЛБВ), аналоговые рециркуляторы на основе волноводов и коаксиальных кабелей [1], устройства запоминания частоты на поверхностно-активных волнах (ПАВ), волоконно-оптические рециркуляторы и цифровые устройства записи и воспроизведения радиосигналов (ЦУЗВ). Последние устройства являются основой для построения систем определения и воспроизведения частоты (СОВЧ) и в настоящее время стали стандартом «де-факто» для средств и систем радиоподавления [1, 2].

Как отмечено в [2], цифровые устройства записи и воспроизведения радиосигналов чувствительны к многочастотным помехам. В известной литературе основные закономерности и количественные оценки влияния многочастотного режима и помех на качество восстановления несущих частот радиосигналов с использованием ЦУЗВ не приведены.

Цель исследований – выявление основных закономерностей влияния многочастотного режима работы на эффективность функционирования ЦУЗВ при восстановлении частоты радиосигналов.

Выявление основных закономерностей функционирования ЦУЗВ в многосигнальном режиме проведем применительно к характерной для радиоподавления задаче восстановления гармонических колебаний из короткой (доли-единицы мкс) выборки принимаемых сигналов радиоэлектронных средств, спектры которых находятся в пределах полосы пропускания  $\Delta F$  входного полосового фильтра ЦУЗВ. Из восстановленных гармонических колебаний путем соответствующей модуляции могут быть сформированы различные виды помех: «доплеровский шум», уводящие по скорости, уводящие по скорости и дальности и т.д. [1].

С использованием спектральной теории, методов статистической радиотехники и имитационного моделирования проведен анализ характеристик цифровых устройств записи и воспроизведения радиосигналов при восстановлении частоты в многосигнальном режиме. Указаны условия возникновения ошибок восстановления частоты и приведены оценки их значений.

### Метод восстановления гармонического колебания

По аналогии с аналоговыми циркуляторами с подстройкой фазы ретранслированного колебания [1], формирование в ЦУЗВ гармонического колебания из записанной короткой выборки длительностью  $T_3 = Z\Delta t$ , где  $\Delta t$  – период дискретизации, состоящей из  $z = \overline{1, Z}$  комплексных отсчетов  $\hat{S}_z = A_z + jB_z$  записанной копии радиосигнала с оценками фаз отсчетов  $\varphi_z = \arctg \frac{B_z}{A_z}$ , может осуществляться методом «сшивки фаз». Суть этого метода поясняет рис. 1.

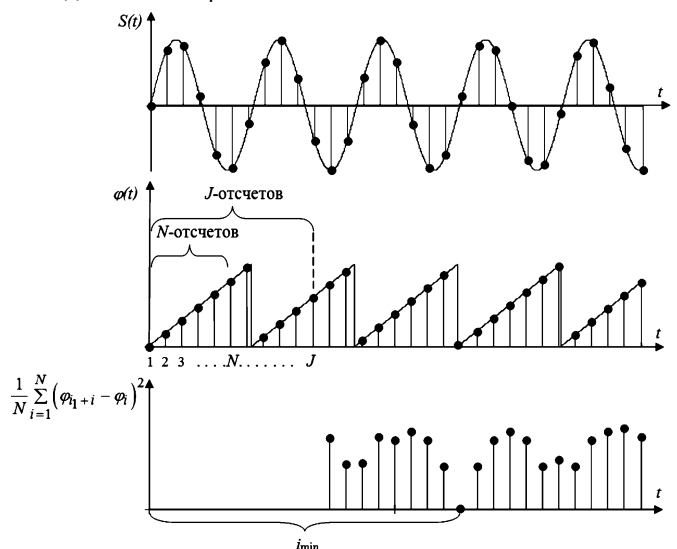
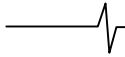


Рис. 1. Характерные процессы при восстановлении частоты радиосигнала

Метод восстановления гармонического колебания включает следующие операции:

– выделение короткого участка – интервала анализа из первых  $i = \overline{1, N}$ , отсчетов  $N < Z/2$  длительностью  $T_a = N\Delta t$ ;





– поиск среди  $k = \overline{J, J+M}$  отсчетов копии радио- сигнала начиная с  $J$ -го, при  $J \geq N+1$ ,  $N \leq M$ ,  $J+M+N \leq Z$  группы из  $i_{\min}, i_{\min}+1, \dots, i_{\min}+N$  отсчетов, оценки фаз которых имеют минимальный средний квадрат отклонения от оценок  $\varphi_j$ :

$$i_{\min} = \arg \min_k \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\varphi_{k+i} - \varphi_i)^2; \quad (1)$$

– вычисление среднего сдвига фаз  $\Delta\varphi$  между отсчетами за период воспроизведения сигнала

$$\Delta\varphi = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\varphi_{i_{\min}+i} - \varphi_i); \quad (2)$$

– формирование требуемого числа  $\ell = \overline{1, L}$  отсчетов восстанавливаемого гармонического колебания путем циклической перезаписи (воспроизведения) записанного участка с периодом воспроизведения  $T_B = i_{\min} \Delta t$  и сдвигом по частоте на  $\Delta\omega$

$$\dot{Y}_\ell = \dot{S}_{\text{mod}(\ell, i_{\min})+1} \cdot e^{j \cdot \Delta\omega \cdot \ell \cdot \Delta t}, \quad (3)$$

где  $\text{mod}(x, y)$  – операция взятия модуля целого числа  $x$  по  $y$ ,  $\text{mod}(x, y) = x - y \cdot [x/y]$ ,  $[ \bullet ]$  – целая снизу часть числа.

Параметр  $J$  алгоритма определяет минимальный  $T_B^{\min} = J \Delta t$  период воспроизведения сигнала. Гармонический сомножитель в (3) компенсирует разность фаз на периоде воспроизведения, образующуюся ввиду несоблюдения кратности периода и периода восстанавливаемого гармонического колебания и определяется как

$$\Delta\omega = \frac{\Delta\varphi}{T_B}. \quad (4)$$

При наличии на входе ЦУЗВ только одного гармонического сигнала отсутствие смещения частоты восстанавливаемого сигнала при сшивке фаз будет иметь место, в том числе, при упрощенных вариантах алгоритма восстановления частоты, в частности, при произвольном выборе величины периода воспроизведения  $T_B \geq 2N \Delta t$  при соответствующих этому периоду значениях сдвига частоты  $\Delta\omega$ , либо при выборе оптимального периода ретрансляции в соответствии с (1) при  $\Delta\omega = 0$ , когда на периоде ретрансляции укладывается кратное число периодов восстанавливаемых колебаний. В общем случае выбор оптимального значения  $T_B$  приводит к минимальному смещению частоты  $\Delta\omega$ .

Отметим, что приведенная выше оптимизационная процедура является экономичным в вычислительном плане вариантом измерения (с точностью до интервала дискретизации) величины, кратной периоду сигнала при наличии шума, выполняемая при использовании только фазы сигнала и на части его периода.

Если участок принимаемого радиосигнала длительностью  $T_3$  представляет собой «вырезку» из гармонического колебания, то его ширина спектра по первым нулям составит  $\Delta F_3 = 2/T_3$ . С использованием метода

«сшивки фаз» из этого участка может быть сформировано квазигармоническое колебание произвольной длительности  $T$  с шириной спектра по первым нулям  $\Delta F_B = 2/T$ . Точность восстановления центральной частоты спектра зависит от характеристик аналого-цифрового преобразования, длительности интервала записи и отношения «сигнал/шум» и для характерных параметров современных ЦУЗВ [2] составит сотни Гц – единицы кГц. Так, например, прямое использование приведенного выше алгоритма сшивки фаз для ЦУЗВ с квадратурными каналами при частоте дискретизации 500 МГц при числе разрядов АЦП, равном 6 бит [2] для случая записи участка радиосигнала длительностью 0,5 мкс на частоте 15,3 МГц при  $T_a = 0,1$  мкс, то есть  $N = 50$ , при пренебрежимо малых шумах обеспечивает ошибку восстановления частоты 317 Гц. При этом  $i_{\min} = 196$ ,  $T_a = 0,392$  мкс,

$$\Delta f = \frac{\Delta\omega}{2\pi} = -6,4 \text{ кГц.}$$

При увеличении числа разрядов АЦП до 12 бит ошибка уменьшается до 117 Гц.

### Восстановление частоты гармонического колебания в многочастотном режиме

Основные закономерности восстановления частоты в многочастотном режиме исследовались путем построения спектральных характеристик восстановленного сигнала и методом имитационного моделирования.

Установим соотношения между спектрами колебаний на входе и выходе ЦУЗВ с квадратурными каналами и переносом сигнала на видеочастоту [2]. Считаем, что предшествующий ЦУЗВ приемник имеет полосу пропускания  $\Delta F$ , а квадратурные каналы в ЦУЗВ – полосы пропускания  $\Delta F/2$  [2].

Пусть на входе ЦУЗВ действует аддитивная сумма  $m = \overline{1, M}$  гармонических сигналов с амплитудами  $A_m$ , частотами  $\omega_m$  ( $|\omega_m| \leq \pi \Delta F$ ) и начальными фазами  $\varphi_m$  в сочетании с внутренним шумом приемника  $\dot{n}(t)$ :

$$\dot{Y}(t) = \text{Re} \left\{ \sum_{m=1}^M A_m e^{j(\omega_m t + \varphi_m)} + \dot{n}(t) \right\}. \quad (5)$$

Участок процесса  $\dot{Y}(t)$  длительностью  $T_B$  будет иметь спектр

$$\dot{G}(\omega) = \sum_{m=1}^M A_m G_{T_B}(\omega - \omega_m) e^{j\varphi_m} + \dot{G}_{\text{ш}}(\omega), \quad (6)$$

где  $G_{T_B}(\omega - \omega_m) = \frac{\sin((\omega - \omega_m)T_B/2)}{(\omega - \omega_m)/2}$  – спектр радиоимпульса длительностью  $T_B$  на несущей частоте  $\omega_m$ ;  $\dot{G}_{\text{ш}}(\omega)$  – спектр реализации внутреннего шума приемника длительностью  $T_B$ .

В случае, когда  $T_B \gg 1/\Delta F$ , для модуля спектра внутреннего шума можно принять

$$|\dot{G}_{\text{ш}}(\omega)| = \begin{cases} 0, & |\omega| > \pi \Delta F \\ \sqrt{\frac{P_{\text{ш}}}{\Delta F}}, & |\omega| \leq \pi \Delta F. \end{cases}$$

В соответствии с (3), восстановленное колебание представляет собой периодическое повторение записанного участка длительностью  $T_B$  со спектральной плотностью  $\dot{G}(\omega)$ , сдвинутое по частоте на  $\Delta\omega$ . Спектр восстановленного сигнала задается на дискретной сетке частот  $2\pi k/T_B + \Delta\omega$ , где  $k$  – целое число, и для предельного случая  $\ell \rightarrow \infty$  запишется в виде

$$\dot{G}_B \left( \frac{2\pi k}{T_B} + \Delta\omega \right) = \frac{1}{T_B} \left( \sum_{m=1}^M A_m e^{j\varphi_m} \times \frac{\sin \left( \left( \frac{2\pi k}{T_B} + \Delta\omega - \omega_m \right) \frac{T_B}{2} \right)}{\left( \frac{2\pi k}{T_B} + \Delta\omega - \omega_m \right) / 2} + \sqrt{\frac{P_{\text{ш}}}{\Delta F}} e^{j\varphi_{\text{ш}k}} \right), \quad (7)$$

где  $\varphi_{\text{ш}k} = \arg \dot{G}_{\text{ш}}(\omega)$ .

Для гармонического случая ( $M=1$ ), пренебрежимо малых шумах  $P_{\text{ш}}/A_1^2 \rightarrow 0$  и произвольном  $T_B$ , с учетом изменения фазы в пределах  $0 \dots 2\pi$ , когда  $\varphi(t) = 2\pi \cdot \left\{ \frac{\omega \cdot t}{2\pi} \right\}$ , где  $\{x\} = x - [x]$  – дробная часть числа,  $[ \bullet ]$  – целая часть числа, имеем

$$\Delta\omega = \frac{\Delta\varphi}{T_B} = \frac{2\pi}{T_B} \left( \left\{ \frac{\omega_1(t+T_B)}{2\pi} \right\} - \left\{ \frac{\omega_1 t}{2\pi} \right\} \right) = \frac{2\pi}{T_B} \left( \frac{\omega_1(t+T_B)}{2\pi} - \frac{\omega_1 t}{2\pi} - n \right) = \omega_1 - \frac{2\pi n}{T_B}, \quad (8)$$

где  $n = \left[ \frac{\omega_1(t+T_B)}{2\pi} \right] - \left[ \frac{\omega_1 t}{2\pi} \right]$  – целое число.

Таким образом, для гармонического случая при отсутствии шумов сдвиг по частоте жестко связан с периодом воспроизведения.

С учетом (8)

$$\frac{\sin \left( \left( \frac{2\pi k}{T_B} + \Delta\omega - \omega_1 \right) \frac{T_B}{2} \right)}{\left( \frac{2\pi k}{T_B} + \Delta\omega - \omega_1 \right) / 2} = \frac{\sin(\pi(k-n))}{\pi(k-n)} = \begin{cases} 1, & k=n, \\ 0, & k \neq n, \end{cases}$$

то есть единственное отличное от нуля значение спектра восстановленного колебания  $\dot{G} \left( \frac{2\pi k}{T_B} + \Delta\omega \right) \neq 0$

будет иметь место на частоте  $\frac{2\pi k}{T_B} + \Delta\omega = \frac{2\pi n}{T_B} +$

$+\omega_1 - \frac{2\pi n}{T_B} = \omega_1$ , и, таким образом, частота восстанавливается точно.

Проведем оценку характеристик восстановления частоты единственного гармонического колебания при наличии шума. Для этого оценим статистические характеристики величины  $\Delta\varphi$ , определяемой (2). Будем рассматривать случай достаточно больших отношений мощности сигнала к мощности шума, при которых оценки фаз являются центрированными нормально распределенными случайными величинами [3]. Оценки фаз будут независимыми, если они берутся через интервалы времени  $\Delta\tau = 1/\Delta F$ . Тогда число независимых от-

счетов в (1) и (2) меньше общего числа отсчетов при дискретизации и составит

$$N' = T_a \Delta F = \frac{N \Delta t}{\Delta \tau} = N \frac{\Delta F}{F_D}. \quad (9)$$

Величина  $\Delta\varphi$  – гауссовская с математическим ожи-

данием  $\overline{\Delta\varphi} = 0$  и дисперсией  $\sigma_{\Delta\varphi}^2 = \frac{2\sigma_{\varphi}^2 N'}{(N')^2} =$

$= \frac{P_{\text{ш}}}{P_c} \frac{1}{T_a \Delta F}$ , где  $\sigma_{\varphi}^2 = \frac{P_{\text{ш}}}{2P_c}$  – дисперсия измерения фазы полезного сигнала. Поэтому среднеквадратическая ошибка восстановления частоты, обусловленная наличием шумов, составит

$$\sigma_{\Delta f} = \sqrt{\frac{\sigma_{\Delta\varphi}^2}{(2\pi)^2 T_B^2}} = \frac{1}{2\pi T_B} \sqrt{\frac{P_{\text{ш}}}{P_c} \frac{1}{T_a \Delta F}}. \quad (10)$$

Так как  $P_{\text{ш}} = N_0 \Delta F$ , где  $N_0$  – спектральная плотность внутренних шумов приемника, то

$$\sigma_{\Delta f} = \frac{1}{2\pi T_B} \sqrt{\frac{N_0}{P_c T_a}}. \quad (11)$$

Таким образом, среднеквадратическая ошибка восстановления частоты изменяется обратно пропорционально периоду восстановления частот ЦУЗВ и отношению «сигнал/шум» на интервале анализа.

На рис. 2 приведены результаты расчета среднеквадратической ошибки восстановления гармонического колебания по частоте в зависимости от отношения мощности шума к мощности сигнала с использованием (10), (11) (пунктирные кривые) и при прямом имитационном моделировании (сплошная кривая).

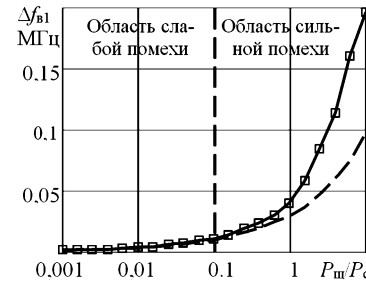


Рис. 2. Зависимости среднеквадратической ошибки восстановления частоты от отношения мощности шума к мощности сигнала

Имитационное моделирование проводилось путем формирования входной реализации в виде суммы гармонического сигнала и шума с равномерным энергетическим спектром в заданной полосе, дискретизации входной реализации на интервале записи  $T_3$ , воспроизведении алгоритма (1)-(3) восстановления гармонического колебания и расчета спектра восстановленного колебания с использованием дискретного преобразования Фурье.

Расчеты проводились при  $T_a = 0,1$  мкс,  $T_B^{\min} = 0,4$  мкс,  $\Delta F = F_D = 500$  МГц.

Как видно из рис. 2, в области  $P_{\text{ш}}/P_c < 0,1$  (сильный сигнал) оценки, полученные при моделировании и при теоретическом расчете, совпадают. Расхождение оценок

при  $P_{\text{ш}} / P_c > 1$  (слабый сигнал) обусловлены не учитываемыми при теоретическом анализе аномальными ошибками измерения фазы.

При наличии бигармонического колебания ( $M = 2$ ) или, в общем случае, многочастотного колебания ( $M > 2$ ) сдвиг по частоте при воспроизведении (даже без учета влияния шума)

$$\Delta\omega = \frac{\Delta\varphi}{T_B} = \frac{1}{T_B} \left\{ \arg \left( \sum_{m=1}^M A_m e^{j(\omega_m(T_B+t)+\varphi_m)} \right) - \arg \left( \sum_{m=1}^M A_m e^{j(\omega_m t + \varphi_m)} \right) \right\}$$

является сложной функцией периода воспроизведения, амплитуд и частот многочастотного сигнала.

Для бигармонического колебания, в случае, когда период  $T_B$  воспроизведения, выбранный в соответствии с (1), удовлетворяет условию

$$T_B = T_{\Sigma}, \tag{12}$$

где  $T_{\Sigma}$  – период бигармонического колебания, будет иметь место точное восстановление частоты каждого колебания, причем частотный сдвиг при воспроизведении  $\Delta\omega = 0$ .

Если условие (12), например, из-за ограниченности времени записи и анализа, не выполняется, будет иметь место ошибка  $\Delta\omega_{Bi}$  восстановления частоты и обогащение спектра восстанавливаемых колебаний.

Обогащение спектра при неточном восстановлении частот как в односигнальном, так и в многосигнальном режимах обусловлено тем, что дискретные частоты  $\Delta\omega + 2\pi k / T_B$  не совпадают с нулями функций  $\frac{\sin((\omega - \omega_m)T_B / 2)}{(\omega - \omega_m) / 2}$ . Частоте  $\omega_m$  в пределах главного

(по первым нулям) лепестка спектра воспроизводимого участка гармонического колебания будут соответствовать две дискретные частоты  $\Delta\omega + 2\pi k_m / T_B$  и  $\Delta\omega + 2\pi(k_m \pm 1) / T_B$  (рис. 3).

Одну из этих частот, имеющую номер гармоники

$$k_m = \arg \min_{k_m} \left| \Delta\omega + \frac{2\pi k_m}{T_B} - \omega_m \right| = \text{round} \left( \frac{\omega_m T_B}{2\pi} \right), \tag{13}$$

где  $\text{round}(\bullet)$  – операция округления до ближайшего целого, частоту

$$\omega_{1m} = \Delta\omega + 2\pi k_m / T_B \tag{14}$$

и амплитуду

$$Y_{1i} = A_m \frac{\sin((\omega_{1m} - \omega_m)T_B / 2)}{(\omega_{1m} - \omega_m)T_B / 2} \tag{15}$$

будем считать основной (полезной), а вторую с частотой

$$\omega_{2i} = \begin{cases} \omega_{1i} - 2\pi / T_B, & \omega_{1i} - \omega_i > 0 \\ \omega_{1i} + 2\pi / T_B, & \omega_{1i} - \omega_i < 0 \end{cases} \text{ и амплитудой}$$

$$Y_{2i} = A_m \frac{\sin((\omega_{2m} - \omega_m)T_B / 2)}{(\omega_{2m} - \omega_m)T_B / 2} - \text{паразитной.}$$

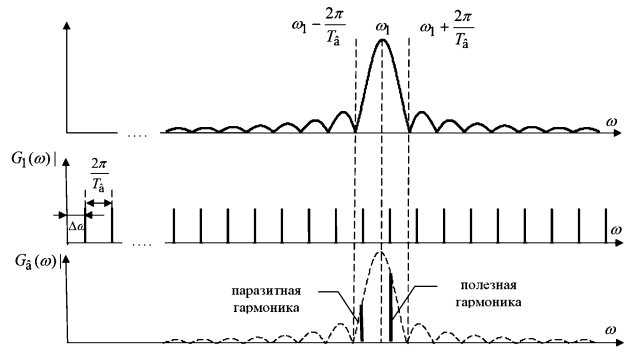


Рис. 3. Иллюстрация процесса обогащения спектра при восстановлении частоты

Соотношение амплитуд паразитной и полезной дискретных частот  $\mu = \frac{Y_{2i}}{Y_{1i}}$  может изменяться в пределах от

0 до 1. Случай  $\mu = 1$  соответствует максимально возможной ошибке восстановления гармонического колебания на частоте  $f_i$ , когда оно будет представлено двумя гар-

мониками на частотах  $\omega_i \pm \frac{\pi}{T_B}$  с одинаковыми амплитудами.

Ошибки  $\Delta\omega_{Bm}$  восстановления частот  $\omega_m$ , отсчитываемые от основных гармоник, определяются по формуле

$$\Delta\omega_{Bm} = \omega_m + \left( \frac{2\pi}{T_B} \text{round} \left( \frac{\omega_m T_B}{2\pi} \right) + \Delta\omega \right) \tag{16}$$

и являются сложными функциями длительности записываемого участка  $T_3$ , времени анализа  $T_a$ , минимального

периода воспроизведения  $T_B^{\min}$  и спектральных характеристик записанного участка колебаний. Для примера на рис. 4 приведены зависимости ошибок воспроизведения частот при фиксированной частоте первого сигнала  $f_1 = 15$  МГц и изменении частоты второго сигнала в пределах 12...18 МГц.

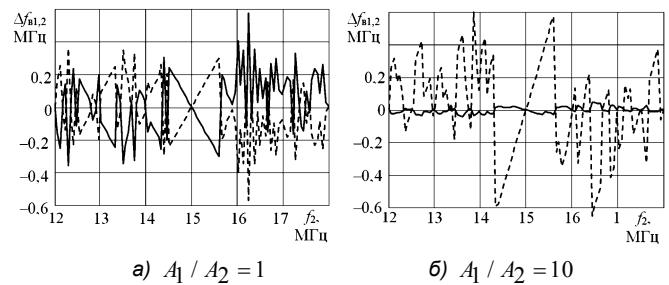


Рис. 4. Зависимости ошибок воспроизведения частоты первого (сплошная кривая) и второго (пунктирная кривая) сигналов от частоты второго сигнала при фиксированной  $f_1 = 15$  МГц

При равенстве амплитуд гармонических сигналов ошибки воспроизведения частоты равны по модулю и имеют разный знак (рис. 4а). Вид приведенных на рис. 4 зависимостей дает основание рассматривать ошибки воспроизведения частоты сигналов в зависимости от разности частот как коррелированные случайные процессы. Так как положительный и отрицательный сдвиги частоты  $\Delta\omega$  равновероятны, то математические ожидания ошибок воспроизведения частоты при усреднении

разности частот будут равны нулю, что подтверждается статистическими экспериментами. Процессы являются сильно коррелированными с отрицательным коэффициентом корреляции. В частности, при  $A_1 / A_2 = 1$  выборочный коэффициент корреляции

$$\eta_2 = \frac{\sum_{r=1}^R \Delta f_{B1r} \Delta f_{B2r}}{\sqrt{\sum_{r=1}^R \Delta f_{B1r}^2 \sum_{r=1}^R \Delta f_{B2r}^2}} \approx -1, \text{ где } \Delta f_{B1}(2)_r - \text{ ошибка воспроизведения частоты при } r\text{-ом значении разности частот, а при } A_1 / A_2 = 10 \text{ коэффициент корреляции } \eta_2 = -0,94.$$

воспроизведения частоты при  $r$ -ом значении разности частот, а при  $A_1 / A_2 = 10$  коэффициент корреляции  $\eta_2 = -0,94$ .

На рис. 5 приведены зависимости среднеквадратических значений ошибок воспроизведения частот бигармонического сигнала от отношения амплитуд при фиксированной частоте первого сигнала  $f_1 = 15$  МГц и изменении частоты второго сигнала от 10 до 20 МГц (рис. 5а) и изменении частоты второго сигнала от 50 до 60 МГц (рис. 5б).

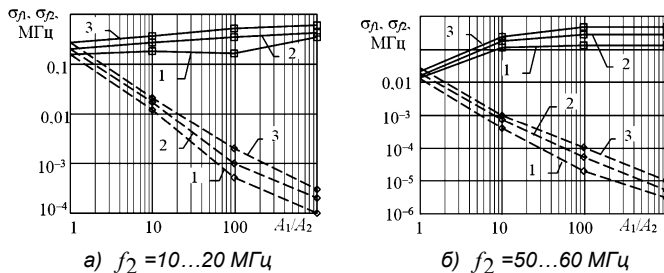


Рис. 5. Зависимость среднеквадратических ошибок восстановления частот двух гармонических колебаний (пунктирные кривые – частота  $f_1$ , сплошные – частота  $f_2$ ) от соотношения их амплитуд (1, 2, 3 – время записи 2 мкс, 1,2 мкс и 0,9 мкс, соответственно)

С увеличением отношения  $A_1 / A_2$  ошибка воспроизведения частоты большего по амплитуде сигнала уменьшается примерно пропорционально отношению амплитуд, а ошибка воспроизведения частоты меньшего по амплитуде сигнала незначительно возрастает. С увеличением времени записи (при фиксированных времени анализа и значении минимально возможного периода повторения) ошибки воспроизведения частот бигармонического сигналов уменьшаются.

Обращает на себя внимание резкое, на порядок и более (при  $A_1 / A_2 \approx 1$ ) уменьшение ошибки воспроизведения частоты при увеличении разности частот от  $\pm 5$  МГц до 35...45 МГц. Это обстоятельство объясняется повышением вероятности частоты выполнения условия (12) с увеличением модуля разности частот. Действительно, так как для периода бигармонического сигнала (для определенности  $f_2 > f_1$ ) должны выполняться условия

$$\begin{cases} T_{\Sigma} f_1 = n_1, \\ T_{\Sigma} f_2 = n_2. \end{cases} \quad (17)$$

где  $n_1, n_2$  – натуральные числа, то

$$T_{\Sigma} = \frac{n_2 - n_1}{f_2 - f_1} \quad (18)$$

Возможные значения периода воспроизведения находятся в диапазоне  $[T_B^{\min}, T_3 - T_a]$ . Таким образом, при увеличении  $f_2 - f_1$  может быть подобрано больше пар чисел  $(n_1, n_2)$ , точно или приближенно удовлетворяющих (17), (18), при которых  $T_{\Sigma} \in [T_B^{\min}, T_3 - T_a]$ . При приближенном соблюдении (17), (18) дополнительную подстройку с минимизацией ошибки обеспечит частотный сдвиг (4).

### Заключение

Отметим в заключении, что относительно низкие ошибки воспроизведения частот бигармонического сигнала будут иметь место только при использовании минимизационной процедуры (1). Упрощенная реализация «сшивки фаз» с фиксированным периодом воспроизведения, которая может быть использована при наличии единственного гармонического сигнала, в многосигнальном режиме в большинстве случаев не допустима. В частности, при использовании характерных применительно к рассматриваемым ситуациям фиксированных значений  $T_B = 0,4 \dots 1,1$  мкс, приводит к увеличению ошибок воспроизведения частот сигналов при больших расстройках на порядок и более.

Наиболее опасными при восстановлении частот с использованием ЦУЗВ по коротким выборкам являются ситуации многосигнального режима при малых частотных расстройках сигналов. Уменьшение ошибок воспроизведения частот в многосигнальном режиме может быть достигнуто за счет оптимального выбора периода воспроизведения по критерию минимума среднего на интервале анализа квадрата разности фаз за период воспроизведения и при увеличении времени записи радиосигналов.

### Литература

1. Перунов Ю.М., Фомичев К.И., Юдин Л.М. Радиоэлектронное подавление информационных каналов систем управления оружием. – М.: Радиотехника, 2003.
2. Добыкин В.Д., Куприянов А.И., Пономарев В.Г., Шустов Л.Н. Радиоэлектронная борьба. Цифровое запоминание и воспроизведение частоты / Под ред. Куприянова А.И. – М.: Вузовская книга, 2009.
3. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. – М.: Радио и связь, 1989.

## PECULIARITIES AND CHARACTERISTICS OF FREQUENCY REGENERATION WITH THE RF SIGNALS RECORDING-REPRODUCING DIGITAL FUNCTIONAL DEVICES IN THE MULTISIGNAL MODE

*Kozlov S.V., Mazilov S.L., Uskov A.V.*

With the use of the spectral theory, statistical radio engineering and simulation modeling methods the analysis of characteristics of the RF signals recording-reproducing digital devices under frequency regeneration in the multisignal mode is performed. The conditions in which frequency regeneration errors arise are stated and their values are specified.

УДК.621.376

## МЕТОДЫ РАСПОЗНАВАНИЯ МОДУЛЯЦИИ

*Макаров К.С., аспирант Курского государственного университета, e-mail: runaway90@mail.ru*

**Ключевые слова:** модуляция, распознавание, классификация, вейвлет-преобразование, технологии связи, алгоритм.

**Введение**

Распознавание вида модуляции нашло применение во многих военных и гражданских областях. Оно динамично развивается в последние годы в связи с распространением технологий беспроводной связи, которые требуют разработки новых методов классификации модуляции. Опережающее развитие технологий ставит перед инженерами новые проблемы, связанные с возможностями анализа сигналов (в том числе, определения вида модуляции) в реальном времени. Среди важнейших приложений распознавания вида модуляции следует отметить радиоэлектронное подавление и анализ угроз. В последние годы на первый план выходит развитие, так называемых, программно-определяемых радиосистем (англ. Software-defined radio, SDR). Они обладают возможностями настраиваться на определённую частоту и принимать сигнал с различными видами модуляции. Наиболее простыми примерами таких систем являются радиомодемы GSM, WiFi и WiMax.

В большинстве случаев часть параметров сигнала (таких как несущая частота, вид модуляции) являются известными принимающей стороне. Однако на практике иногда возникают ситуации с замираниями в каналах, сдвигами несущей, выборочными частотами и т.д., и в таких случаях возникает необходимость в гибких классификаторах, которым не нужно знание параметров канала связи. Это явилось причиной разработки алгоритмов идентификации модуляции, использующих вейвлет-преобразование.

Первая часть данной работы представляет собой классификацию и краткое описание алгоритмов распознавания. За основу была взята классификация, предложенная в [6]. Во второй части представлены классификаторы, использующие вейвлет-преобразование.

**Методы распознавания цифровой модуляции**

В современных интеллектуальных системах связи (рис. 1) одним из важнейших составляющих является классификатор вида модуляции.

В общем случае задача классификации модуляции состоит из двух этапов[6]:

1. Предварительная обработка сигнала.
2. Выбор алгоритма классификации.

Предварительная обработка включает в себя шумоподавление, оценку несущей частоты, периода символа, мощности сигнала и т.д. Она зависит от выбранного алгоритма классификации, так как различные алгоритмы

*Представлен обзор методов распознавания и алгоритмов классификации видов модуляции, разработанных за последние десятилетия отечественными и зарубежными учёными. Особое внимание уделено алгоритмам на основе вейвлет-преобразования. Отмечаются достоинства рассматриваемых методов и алгоритмов, выделяются перспективные направления исследования.*

требуют знания определённых параметров канала связи с некоторой точностью.

Существуют два основных класса алгоритмов распознавания модуляции: алгоритмы на основе вероятностного подхода (likelihood-based, LB) и на основе анализа особенностей (feature-based, FB). Первый использует функцию правдоподобия полученного сигнала, и решение принимается на основе сравнения отношения правдоподобия с некоторым порогом. Но оптимальные решения таких классификаторов имеют высокую вычислительную сложность, и, в связи с этим, приходится прибегать к субоптимальным классификаторам.

В подходе на основе анализа особенностей обычно используется ряд свойств сигнала, и решения принимаются на основе их значений. При достаточной оптимизации таких алгоритмов они обладают меньшей вычислительной сложностью по сравнению с LB алгоритмами. Рассмотрим эти два класса алгоритмов подробнее.

Пусть принятый сигнал описывается как

$$r(t) = s(t; u_i) + n(t), \quad (1)$$

где  $s(t; u_i)$  – незашумлённый сигнал, значения которого зависят от множества величин

$$u_i = \left[ a_i \Delta f \theta \tau \varepsilon g(t) \{ \varphi_k \}_{k=1}^K \left\{ s_k^{(i)} \right\}_{k=1}^K \right]^T,$$

( $a_i$  – амплитуда,  $\Delta f$  – смещение несущей частоты,  $\theta$  – постоянная фаза несущей,  $\tau$  – период символа,  $\varepsilon$  – ошибка синхронизации,  $g(t)$  – свёртка передатчика импульсной формы с импульсной характеристикой канала,

$\{ \varphi_k \}_{k=1}^K$  – дрожание фазы,  $\{ s_k^{(i)} \}_{k=1}^K$  –  $K$  переданных

комплексных символов данных,  $T$  – оператор транспонирования), а  $n(t)$  – комплексный белый гауссовский шум. Без ограничения общности, будут рассматриваться созвездия с единичной дисперсией, полученные путем нормализации сигнальных созвездий. Например, для  $M$ -арной амплитудной модуляции (MASK) символы задаются как

$$s_{k,I}^{(M-ASK)} = s_{k,I}^{(M-ASK)},$$

$$s_{k,I}^{(M-ASK)} \in \left\{ (2m-1-M) / \sigma_{s^{(M-ASK)}} \right\},$$

$$k = 1, \dots, K,$$

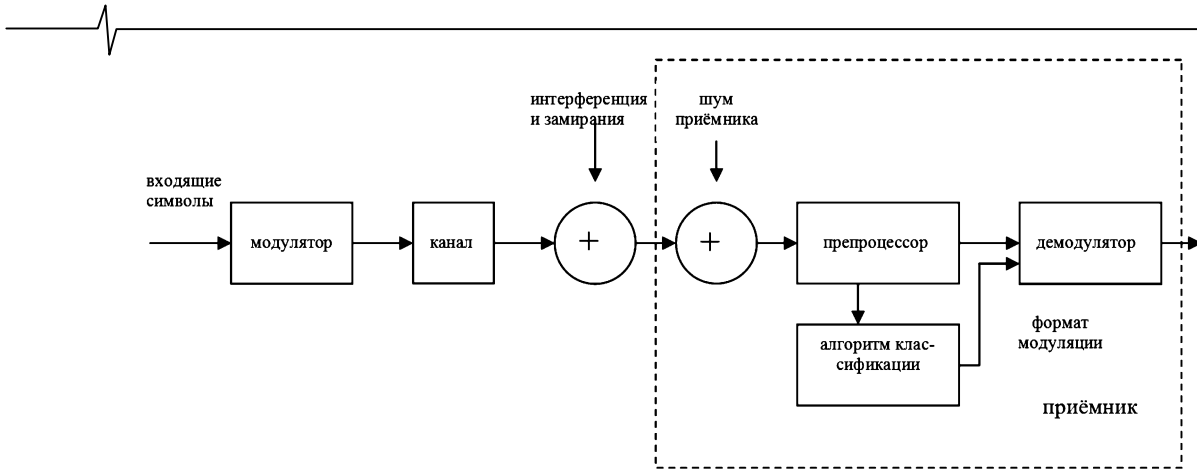


Рис. 1. Блок-схема системы связи

для прямоугольной  $M$ -арной квадратурной амплитудной модуляции (MQAM)

$$s_k^{(M-QAM)} = s_{k,I}^{(M-QAM)} + js_{k,Q}^{(M-QAM)}, s_{k,I}^{(M-QAM)},$$

$$s_{k,Q}^{(M-QAM)} \in \left\{ \left( 2m-1 - M^{1/2} \right) / \sigma_{s^{(M-QAM)}} \right\},$$

$$k = 1, \dots, K,$$

для  $M$ -арной фазовой модуляции (MPSK)

$$s_k^{(M-PSK)} = e^{jQm},$$

$$\theta_m = \{ 2\pi m / M, m = 0, \dots, M-1 \}, k = 1, \dots, K$$

и для  $M$ -арной частотной модуляции (MFSK)

$$s_k^{(M-FSK)} = e^{j2\pi f_m t},$$

$$f_m \in \{ (2m-1-M)f_d, m = 1, \dots, M \},$$

где индексы  $I$  и  $Q$  представляют синфазную (действительную) и квадратурную (мнимую) части, соответственно,  $\sigma_{s^{(i)}}^2$  – дисперсия созвездия до нормализации,  $M$  –

степень 2, и  $f_d$  – девиация частоты.

Классификатор, руководствуясь правилом принятия решения, выбирает модуляцию сигнала из  $N_{mod}$  кандидатов модуляций, обозначенных целыми числами  $i = 1, \dots, N$ , или решает, что формат модуляции не может быть распознан. Основным критерием правильности работы является величина  $P_c^{(i)}$ , обозначающая вероятность классификации  $i$ -го формата модуляции полученного сигнала, тогда как формат модуляции входящего сигнала –  $i$ -ый. В классификации  $N_{mod}$  равновероятных модуляций средняя вероятность правильной классификации определяется как

$$P_{cc} = N_{mod}^{-1} \sum_{i=1}^{N_{mod}} P_c^{(i)}. \quad (2)$$

Также можно использовать дополнительные вероятности как критерии качества работы. Например, вероятность ошибки для  $i$ -ой модуляции определяется как

$$P_e^{(i)} = 1 - P_c^{(ii)},$$

$$P_e = 1 - P_{cc}.$$

Основная идея LB методов распознавания состоит в том, что функция распределения плотности вероятности (PDF) огибающей сигнала, определённая на модулированном сигнале, содержит всю информацию для классификации. В зависимости от модели, принятой для не-

известных величин, в литературе предлагаются три метода:

- 1) средний тест отношения правдоподобия (average likelihood ratio test, ALRT) [2], [4], [10];
- 2) обобщённый тест отношения правдоподобия (generalized likelihood ratio test, GLRT) [15], [16], [19];
- 3) составной тест отношения правдоподобия (hybrid likelihood ratio test, HLRT).

Также в литературе представлены квази-ALRT и квази-HLRT методы [5], [7], [8].

ALRT подход работает с неизвестными величинами как со случайными переменными с определёнными функциями распределения плотности вероятностей. Например, функция правдоподобия (LF) согласно гипотезе  $H_i$ , характеризующей  $i$ -ю модуляцию,  $i = 1, \dots, N_{mod}$ , имеет вид

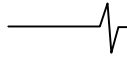
$$\Lambda_A^{(i)}[r(t)] = \int \Lambda[r(t) | v_i, H_i] p(v_i | H_i) dv_i, \quad (3)$$

где  $\Lambda[r(t) | v_i, H_i]$  – условная функция правдоподобия зашумлённого принятого сигнала  $r(t)$  согласно гипотезе  $H_i$ , определённая на неизвестном векторе  $v_i$ , и  $p(v_i | H_i)$  – априорная функция распределения плотности вероятности  $v_i$  согласно гипотезе  $H_i$ . Если известна функция распределения плотности вероятности  $v_i$ , то это даёт нам возможность упростить задачу до простой проблемы проверки гипотез, интегрированной по  $v_i$ . Для комплексного аддитивного белого гауссовского шума в (1), условная функция правдоподобия задаётся как

$$\Lambda[r(t) | v_i, H_i] = \exp \left[ 2N_0^{-1} \operatorname{Re} \left\{ \int_0^{KT} r(t) s^*(t; u_i) dt \right\} - N_0^{-1} \int_0^{KT} |s(t; u_i)|^2 dt \right], \quad (4)$$

где  $N_0$  – двусторонняя спектральная плотность мощности AWGN в Вт/Гц, с автокорреляцией  $E \{ n(t) n^*(t + \tau) \} = N_0 \delta(\tau)$  такой, что  $E \{ \cdot \}$  – математическое ожидание, а  $*$  – обозначает комплексное сопряжение. Кроме того, здесь  $v_i = [u_i^T N_0]^T$ , а  $\operatorname{Re} \{ \cdot \}$  фиксирует действительную часть. Если выбранная  $p(v_i | H_i)$  – некоторая функция распределения плотности вероятности, результат ALRT оптимально классифицируется в смысле Байеса.

В GLRT подходе неизвестные параметры обрабатываются как неизвестные обусловленные. Лучшее выпол-



нение достигнуто на, так называемом, равномерно наиболее мощном (uniformly most powerful, UMP) испытании. Необходимые и достаточные условия существования UMP испытания представлены в [26]. Если UMP испытание не существует или трудно получаемо, логическая процедура оценивает неизвестные величины, принимая  $H_i$  за истину, а затем использует эти оценки в критерии отношения правдоподобия, как будто они были истинны. Если для оценок используется максимальная вероятность (maximum likelihood, ML), испытание называют GLRT. GLRT обрабатывает неизвестные величины (включая как параметры, так и символы данных) как детерминированные неизвестные. Функция правдоподобия, согласно гипотезе  $H_i$ , имеет вид

$$\Lambda_G^{(i)}[r(t)] = \max_{v_i} \Lambda[r(t) | v_i, H_i]. \quad (5)$$

HLRT представляет собой комбинацию вышеописанных методов, для которых функция правдоподобия, согласно гипотезе  $H_i$ , имеет вид

$$\Lambda_H^{(i)}[r(t)] = \max_{v_i} \int \Lambda[r(t) | v_{i_1}, v_{i_2}, H_i] p(v_{i_2} | H_i) dv_{i_2}, \quad (6)$$

где  $v_i = [v_{i_1}^T \ v_{i_2}^T]^T$ , а  $v_{i_1}$  и  $v_{i_2}$  – векторы неизвестных величин, смоделированные как неизвестные детерминированные и случайные величины, соответственно. Как правило,  $v_{i_1}$  и  $v_{i_2}$  состоят из параметров и символов данных, соответственно.

Следует обратить внимание, что ALRT методы многократно используют вычислительно сложную операцию интегрирования (3), в то время как GLRT методы – операцию нахождения максимума (5), также достаточно трудоемкую. В литературе достаточно часто предлагаются различные квази-ALRT методы [3] [12], [18] и квази-HLRT методы [1], [17], обладающие меньшей вычислительной сложностью.

Для FB алгоритма первоначально необходимы некоторые свойства для представления данных, а затем уже осуществляется принятие решения. Примеры таких свойств: корреляция между синфазными и квадратурными компонентами сигнала; дисперсия центрированной нормированной амплитуды сигнала, фазы и частот; дисперсия интервала между моментами пересечения нулевого уровня; дисперсия модуля вейвлет-преобразования сигнала (WT) после удаления пиков; фаза PDF и её статистические момент; моменты, кумулянты и циклические кумулянты непосредственно сигнала, и т.д.

В табл. 1 представлено большинство FB алгоритмов, отмечаются выбранные для классификации свойства, распознаваемые виды модуляции, каналы передачи и неизвестные параметры сигнала [6].

Работы отечественных учёных, касающиеся распознавания модуляции, сравнительно немногочисленны.

Одна из представленных – [29] посвящена методу на основе анализа векторной диаграммы. Распознавание осуществляется в условиях полной неопределённости из следующего множества распознаваемых модуляций: ФМ2, ФМ4, ФМ8, КАМ16, КАМ32, КАМ64, КАМ128 и КАМ256. Различие сигналов ФМ и КАМ проводилось по

средством анализа дисперсии амплитуды отсчётов на векторной диаграмме. Для нахождения порядка квадратурной модуляции использовалась модель сигнала из работы [25]. Однако надёжность метода распознавания была улучшена с помощью нахождения эмпирической плотности вероятности. Для определения порядка ФМ использовалась неинвариантность сигналов относительно поворотов вокруг центра векторной диаграммы на определённые углы. Реализация алгоритма показала 90% правильного распознавания ФМ при отношении сигнал/шум 5 дБ, КАМ16 и КАМ32 – 10дБ, КАМ64 – 15 дБ и КАМ128 – 19 дБ.

В работе [32] предлагается идентифицировать модуляцию с использованием моментов высокого порядка. Основная идея этого подхода состоит в следующем. Если представить совместные моменты распознаваемого комплексного сигнала  $x$  как

$$M_{a,b} = E \left[ x^a \cdot \left( \overline{x} \right)^b \right] \quad (7)$$

где  $x$  – комплексно сопряжённый сигнал, тогда выражение для кумулянта будет иметь вид

$$C_{a,b} = cum \left[ \underbrace{x, \dots, x}_a, \underbrace{\overline{x}, \dots, \overline{x}}_b \right]. \quad (8)$$

Из (7) и (8) видно, что совместные кумулянты случайной комплексной величины и её сопряжённой при  $a = b$  будут характеризовать статистическую связь между зарегистрированным и зеркально отображённым распределением мгновенной фазы сигнала, например:

$$C_{2,2} = E_{2,2} - \left( E_{2,0} \right)^2 - 2 \left( E_{1,1} \right)^2, \\ E_{2,2} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left( x^2 \cdot \left( \overline{x} \right)^2 \right).$$

Эмпирическим путем установлено, что одни виды модуляции целесообразно распознавать с использованием кумулянтов 4-го порядка, другие – 2-го и т.д.

Работа [24], идентифицирующая наиболее полный набор модуляций с помощью кумулянтов, обладает рядом недостатков. Во-первых, это чувствительность к расстройке по несущей частоте, которую авторы предлагают решить с помощью расчёта дополнительного кумулянта  $C_{22}$ . Вторая проблема состоит в отсутствии в наборе распознаваемых модуляций частотных модуляций (в силу того, что значения выбранного критерия  $C_{22}$  для FSK- и PSK-сигналов находятся в одной области). Для их распознавания предлагается использовать значения разности фаз между отсчётами сигнала

$$\Delta p(nT) = p(nT) - p((n-l)T),$$

где  $p(nT)$  – мгновенная фаза сигнала в момент времени  $nT$ , а конкретное значение индекса  $l$  устанавливается с учётом возможного значения максимальной скорости анализируемого сигнала. Далее авторы используют методику, предложенную в [31], опирающуюся на поведение случайного процесса  $\Delta p(nT)$ .

Таблица 1. Основанные на анализе особенностей классификаторы

Авторы	Свойства	Модуляции	Неизвестные параметры	Канал(ы)
Azzouz and Nandi	Максимальная спектральная плотность мощности нормированной центрированной амплитуды, среднеквадратичное отклонение нормированной центрированной амплитуды, фазы и частоты	2ASK, 4ASK, BPSK, QPSK, 2FSK, 4FSK	–	AWGN
Soliman and Hsue	дисперсия последовательности интервалов между моментами пересечения нулевого уровня, разность фазы, гистограммы интервалов между моментами пересечения нулевого уровня	UW, BPSK, QPSK, 8PSK, BFSK, 4FSK, 8FSK	–	AWGN
Soliman and Hsue	PDF фазы	UW, BPSK, QPSK, 8PSK	–	AWGN
Soliman and Hsue	статистические моменты фазы	UW, BPSK, QPSK, 8PSK	–	AWGN
Sapiano и соавт.	DFT фазы PDF	UW, BPSK, QPSK, 8PSK	–	AWGN
Ho и соавт.	дисперсия модуля HWT, гистограммы модуля HWT и величины пиков	BPSK, QPSK, 8PSK, 2FSK, 4FSK, 8FSK, CP2FSK, CP4FSK, CP8FSK, MSK	–	AWGN
Hong and Ho	дисперсия модуля HWT и нормализованного модуля	QPSK, 4FSK, 16QAM	–	AWGN
Swami and Sadler	нормализованные кумулянты 4-го порядка принимаемого сигнала	BPSK, 4ASK, 16QAM, 8PSK, V32, V29, V29c	несущая фаза $\theta$ , частота $\Delta f$ и ошибка синхронизации $\varepsilon$	AWGN, импульсный шум, внутриканальная помеха
Swami и соавт.	нормализованные кумулянты 4-го порядка принимаемого сигнала и функция стоимости AMA	BPSK, 4ASK, QPSK, 16QAM, V29, V32, 64QAM	–	частотный селективный канал
Martret and Boiteau	моменты 4-го и второго порядков принимаемого сигнала	QPSK, 16QAM	–	AWGN
Marchand и соавт.	циклические кумулянты второго и четвёртого порядка принимаемого сигнала	QPSK, 16QAM, 64QAM	–	AWGN
Spooner и соавт.	циклические кумулянты второго, четвёртого и шестого порядков принимаемого сигнала	MSK, QPSK, BPSK, 8PSK, 8QAM, QPSK, 16QAM, 64QAM, V29	сдвиг частоты $\Delta f$ , избыточная полоса частот EBW, период символа $T$ , амплитуда сигнала $a$	AWGN, внутриканальная помеха
Dobre и соавт.	циклические кумулянты восьмого порядка принимаемого сигнала	BPSK, QPSK, 8PSK, 4ASK, 8ASK, 16QAM, 64QAM, 256QAM	–	AWGN
Dobre и соавт.	циклические кумулянты четвёртого, шестого и восьмого порядка принимаемого сигнала	4QAM, 16QAM	несущая фаза $\theta$ , дрожание фазы $\{\varphi_k\}_{k=1}^K$ , сдвиг частоты $\Delta f$	AWGN, импульсный шум
Dobre и соавт.	циклические кумулянты восьмого порядка на выходе выбранного блока объединения	4ASK, 8ASK, BPSK, QPSK, 16QAM, 32QAM, 64QAM	–	каналы с замираниями Релэя и Райса
Yu и соавт.	DFT принимаемого сигнала	2FSK, 4FSK, 8FSK, 16FSK, 32FSK	–	AWGN



Таким образом, в [32] получен алгоритм распознавания цифровой модуляции, инвариантный к синхронизации приёмника по несущей частоте сигнала, однако чувствительный к отношению сигнал/шум (для успешной идентификации необходимо более 12 дБ).

В последние десятилетия многие исследователи предлагают использовать нейросетевые алгоритмы в задачах распознавания модуляции. Наиболее заметны из отечественных работ по данной тематике [27] и [30]. В [27] предлагается алгоритм распознавания вида цифровой модуляции сигнала по форме фазового созвездия с использованием самоорганизующихся карт Кохонена. Подчеркивается его преимущество по сравнению с алгоритмом восстановления созвездий на основе метода «fuzzy c-means», состоящее в отсутствии необходимости априорного знания максимального количества кластеров (количества фазовых позиций). Это достигается за счёт использования математического аппарата самоорганизующихся карт Кохонена. В его основе лежит алгоритм самоорганизующихся карт (SOM). В работе используется алгоритм обучения карт Кохонена с непараметрической адаптацией (PLSOM), который обладает большей устойчивостью обучения по сравнению с классическим алгоритмом SOM. Данный алгоритм обеспечивает распознавание видов цифровой модуляции при предельной относительной расстройке по несущей частоте  $10^{-3}$  (относительно символической скорости) до уровня отношения сигнал/шум 2дБ.

Таким образом, данный алгоритм, в отличие от предыдущего, использующего для идентификации кумулянты, является достаточно чувствительным к расстройке по несущей частоте, но более устойчивым к низкому отношению сигнал/шум.

В [30] продемонстрирована возможность построения нейросети для распознавания сигналов с типом модуляции QAM256. В эксперименте набор возможных модуляций состоял из FM4, QAM16 и QAM256. Использовалась двухслойная нейросеть с 64 и 128 нейронами в первом слое и одним во втором. Испытания показали 100% вероятность правильной идентификации сигналов с QAM256 вместе с несколькими ложными захватами FM4. Данный недостаток, по мнению авторов, может быть преодолен увеличением количества нейронов в первом слое или переходом к трёхслойной сети.

### Распознавание видов модуляции сигналов на основе вейвлет-преобразования

Основная идея использования вейвлетов в распознавании цифровой модуляции заключается в возможности извлечения переходной информации сигнала на основе вейвлет-преобразования. Подходы к идентификации различаются как используемыми материнскими вейвлетами, так и самой структурой алгоритмов. В данном разделе статьи освещаются лишь некоторые алгоритмы, использующие вейвлеты в целях определения модуляции сигнала.

Как уже упоминалось выше, в русскоязычных источниках вопрос распознавания модуляции освещен недостаточно полно. Что касается методов на основе вейвлет-преобразования, то здесь всё ограничивается выдержкой из работы [21].

Если обращаться к трудам зарубежных учёных, следует отметить [9] (вместе с сопутствующими трудами авторов, являющимися направляющими в данной тематике), [11], [13], [14] [20-23]. В [9] Hong и Ho расширяют свой метод, предложенный в предыдущей работе, на QAM модуляцию. Отличие алгоритма заключается в применении амплитудной нормализации к входному сигналу. Её применение к QAM сигналам позволяет устранить изменения амплитуды и использовать общий с PSK и FSK сигналами критерий различия. Затем в блоке принятия решения дисперсии вейвлет-преобразований сигнала с амплитудной нормализацией и без неё сравниваются с некоторым порогом (определяющимся на основе статистических данных в канале с белым аддитивным гауссовским шумом). Основная идея принятия решения состоит в различии дисперсий модуля вейвлет-преобразования Хаара. Для PSK модуляции вейвлет-преобразование Хаара является постоянным, в то время как для FSK сигналов это многоступенчатая функция. Соответствующий алгоритм идентификации модуляции представлен на рис. 2.

Реализация алгоритма показала следующие результаты: более чем 97% при 50-ти исследуемых символах и при отношении сигнал-шум не ниже 5 дБ. Таким образом, данный алгоритм демонстрирует достаточно высокие результаты при низком отношении сигнал/шум и по ряду параметров опережает многие другие классификаторы, основанные на анализе особенностей. Кроме того, большим достоинством метода распознавания, предлагаемого в [9], является отсутствие необходимости предварительной обработки сигнала.

Интересные с математической точки зрения идеи высказываются в работе [14]. В частности, приближение значения сигнала с помощью ряда Тейлора в точке, где величина вейвлет-преобразования максимальна, для эффективного вычисления. Рассматривая свойства линейности вейвлет-преобразования, авторы приходят к выводу, что модуль вейлет-преобразования  $P$  сигналов, модулированных по амплитуде и частоте, ограничен вблизи кривых, описываемых уравнениями

$$a = \delta_k(b) = \omega_0 / \phi'_k(b),$$

где  $\omega_0$  – центральная частота вейвлета,  $\phi'_k(\cdot)$  – производная полной фазы  $k$ -го сигнала,  $b$  – точка, в которой вейвлет максимален,  $k = 1, \dots, P$ .

Кроме того, закладывается возможность оценки коэффициента затухания колебательной системы, исходя из наклона логарифма модуля вейвлет-преобразования

$$\ln |W_\psi(a_0, b)| = -\xi \omega_n b + \ln \left( \frac{\sqrt{a_0}}{2} B |\psi^*(a_0 \omega_d)| \right),$$

где  $\xi$  – коэффициент затухания системы,  $\omega_n$  – собственная частота незатухающих колебаний системы,  $\omega_d$  – собственная частота затухающих колебаний системы,  $a_0$  – постоянное значение параметра детализации вейвлета,  $b$  – точка, в которой вейвлет максимален,  $B$  – константа.

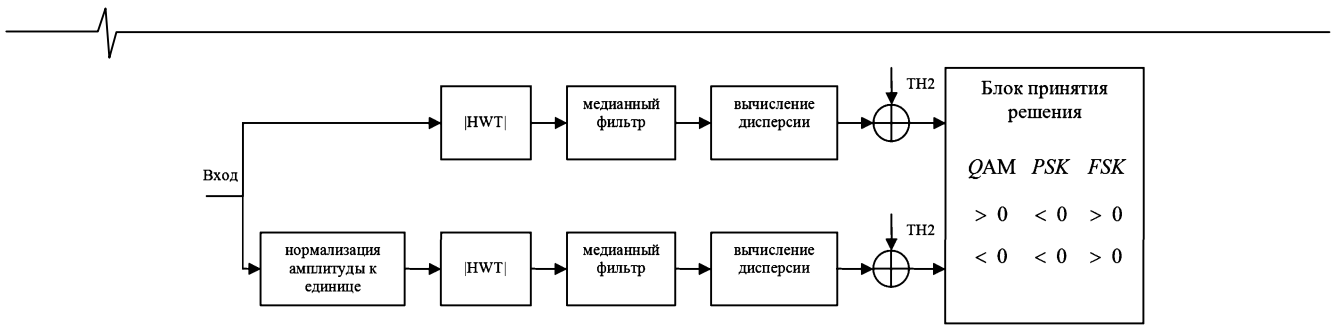


Рис. 2. Блок схема идентификатора цифровой модуляции на основе вейвлет-преобразования

В работе [11] метод, основанный на вейвлет-преобразовании, рассматривается как альтернатива традиционному подходу с использованием БПФ. За счёт меньшей вычислительной сложности алгоритм, использующий вейвлеты, может найти применения при анализе сигналов в режиме реального времени. Кроме того, Humady и Chaiel обосновывают наибольшую эффективность для решаемой задачи вейвлета Хаара. В своих рассуждениях они основываются на том, что разность между выходами низкочастотного и высокочастотного фильтров должна быть наименьшей. Алгоритм с использованием вейвлет-преобразования даёт выигрыш по времени приблизительно в 4 раза по сравнению с алгоритмом на основе быстрого преобразования Фурье, в то время как эффективность распознавания сохраняется. В своём труде они характеризуют теорию вейвлетов «как новый аналитический инструмент и формальные рамки как в математике, так и в информатике».

### Заключение

В данной работе представлен обзор методов распознавания цифровой модуляции, на основе которых был выделен ряд задач, стоящих в настоящее время перед разработчиками алгоритмов распознавания видов модуляции.

1. Расширение и детальная проработка математических основ ряда алгоритмов и эмпирическая проверка полученных на основе анализа выводов.
2. Включение новых видов модуляции в множество распознаваемых модуляций.
3. Улучшение характеристик алгоритмов распознавания (таких, как увеличение процента правильной классификации, уменьшение приемлемого для распознавания отношения сигнал/шум, оптимизация скорости выполнения алгоритма и т.д.).

Отдельно выделены методы на основе вейвлет-преобразования, как наиболее перспективные. Теория вейвлетов, оформившаяся как инструмент для анализа сигналов, является динамично развивающимся разделом анализа, способным генерировать новые технологии распознавания входящих в обиход классов модуляции. Таким образом, распознавание модуляции на основе вейвлет-преобразования является актуальным направлением дальнейших теоретических и прикладных исследований.

### Литература

1. Abdi A., Dobre O.A., Choudhry R., Bar-Ness Y., Su W. Modulation classification in fading channels using antenna arrays // in Proc. IEEE MILCOM. 2004. P. 211-217.

2. Beidas B.F., Weber C.L. General framework for the high-order correlation domain // in Proc. IEEE MILCOM. 1995. P. 180-185.

3. Beidas B.F., Weber C.L. Higher-order correlation-based approach to modulation classification of digitally frequency-modulated signals // IEEE Journal on Sel. Areas in Commun. №13. 1995. P. 89-101.

4. Boiteau D., Martret C.Le. A generalized maximum likelihood framework for modulation classification // in Proc. ICASSP. 1998. P. 2165-2168.

5. Chugg K.M., Long C.S., Polydoros A. Combined likelihood power estimation and multiple hypothesis modulation classification // in Proc. ASILOMAR. 1995. P. 1137-1141.

6. Dobre O.A., Abdi A., Bar-Ness Y., Su W. A survey of automatic modulation classification techniques // IET Communications. 2005. №2. P. 137-156.

7. Dobre O. A., Hameed F. Likelihood-based algorithms for linear digital modulation classification in fading channels // in Proc. IEEE CCECE. 2006. Ottawa, Canada.

8. Hong L., Ho K.C. An antenna array likelihood modulation classifier for BPSK and QPSK signals // in Proc. IEEE MILCOM. 2002, P. 647-651.

9. Hong L., Ho K.C. Identification of digital modulation types using wavelet transform // IEEE MILCOM. 1999. P. 427-431.

10. Huang C.Y., Polydoros A. Likelihood methods for MPSK modulation classification // IEEE Trans. Commun. 1995. №43. P. 1493-1504.

11. Humady A-J. K., Chaiel H.K. Classification of digital modulation using wavelet transform // Iraqi J. Appl. Phys. 2005. №3. P. 15-21.

12. Kim K., Polydoros A. Digital modulation classification: the BPSK versus QPSK case // in Proc. IEEE MILCOM. 1988. P. 431-436.

13. Kubankova A., Kubanek D. Algorithms of digital modulation classification and their verification // Wseas transactions on communications. 2010. №9. P. 563-572.

14. Lardies J., Gouttebroze S. Identification of modal parameters using the wavelet transform // International journal of mechanical sciences. 2002. №44. P. 2263-2283.

15. Lay N., Polydoros A. Modulation classification of signals in unknown ISI environments // in Proc. IEEE MILCOM. 1995. P. 170-174.

16. Lay N., Polydoros A. Per-survivor processing for channel acquisition, data detection and modulation classification // in Proc. ASILOMAR. 1995. P. 170-174.

17. Li H., Dobre O.A., Bar-Ness Y., Su W. Quasi-hybrid likelihood modulation classification with nonlinear carrier frequency offsets estimation using antenna arrays // in Proc. IEEE MILCOM. 2005. P. 1-6.

18. Long C., Chugg K., and Polydoros A. Further results in likelihood classification of QAM signals // in Proc. IEEE MILCOM. 1994. P. 57-61.

19. Panagiotou P, Anastasopoulos A., Polydoros A. Likelihood ratio tests for modulation classification // in Proc. IEEE MILCOM. 2000. P. 670- 674.

20. Prakasam P., Madheswaran M. Modulation identification algorithm for adaptive demodulator in software defined Radios using wavelet transform // International journal of information and communication engineering. 2009. №5. P. 74-81.

21. Prakasam P., Madheswaran M. M-ary shift keying modulation scheme identification algorithm using wavelet transform and higher order statistical moment // Journal of applied sciences. 2008. №1. P. 112-119.

22. Pavlik R. Binary PSK, CPFSK and MSK bandpass modulation identifier based on the complex shannon wavelet transform // Journal of electrical engineering. 2005. № 3-4. P. 71-77.

23. Sadkhan S.B., Abbas N.A. Proposed Simulation of Modulation Identification Based On Wavelet Transform // International journal of advancements in computing technology. 2009. №1. P. 78-84.

24. Swami A., Sadler B. Hierarchical digital classification using cumulants // IEEE Trans. Commun. 2000. №3 (48). P. 416-428.

25. Yang Y., Chang J., Liu J., Liu C. Algorithms for QAM signal classification using maximum likelihood approach based on the joint probability densities of phases and amplitudes // Journal of C.C.I.T. 2003. №1 (32).

26. H.L. Van Trees, Detection, Estimation and Modulation Theory- Part I. New York: Wiley. 2001.

27. Аджемов С.С., Стогов А.А., Терешонок М.В., Чиров Д.С., Иванкович М.В. Алгоритм распознавания вида

цифровой модуляции сигнала по форме фазового созвездия с использованием самоорганизующихся карт Кохонена // Т-COMM: Телекоммуникации и транспорт. 2011. №11. С. 4-6.

28. Беляева М.Б. Распознавание модуляции: что можно узнать, если заранее ничего не известно // Цифровая обработка сигналов. 2013. №2. С. 55-63.

29. Жуков К.Г. Распознавание типа модуляции сигналов цифровых линий связи // Инженерный вестник Дона. Электронный журнал. 2009. №2. Режим доступа: <http://ivdon.ru/magazine/archive/n2y2009/130>.

30. Пантелеев С.В., Сорокин А.В. Распознавание типа модуляции цифровых радиосигналов нейронными сетями с фиксированной структурой с использованием пакета прикладных программ NEURAL NETWORK TOOLBOX системы MATLAB // Доклады 6-й Международной Конференции DSPA-2004. Том 2.

31. Степанов А.В., Матвеев С.А. Методы компьютерной обработки сигналов систем радиосвязи. М.: СОЛОН-Пресс, 2003. 208 с.

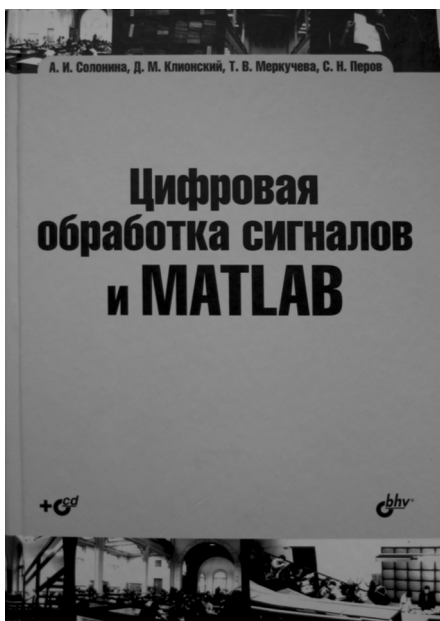
32. Стогов А.А., Терешонок М.В., Чиров Д.С. Распознавание видов модуляции радиосигналов с использованием моментов высокого порядка // Т-COMM: Телекоммуникации и транспорт. 2012. №9. С. 129-132.

## METHODS OF MODULATION RECOGNITION

*Makarov K.S.*

This article is an overview of the methods of digital modulation recognition developed over the last decade by domestic and foreign researchers. Particular attention is paid to algorithms based on wavelet transform. Are marked merits of various methods, are highlighted promising areas of research.

## НОВЫЕ КНИГИ



*Солонина А.И., Клинский Д.М., Меркучева Т.В., Перов С.Н.*

*Цифровая обработка сигналов и MATLAB*

*СПб.: БХВ-Петербург, 2013. – 512 с.*

*(Учебная литература для вузов)*

Описываются базовые методы и алгоритмы цифровой обработки сигналов и средств их компьютерного моделирования в системе MATLAB. Даны основы алгоритмического языка MATLAB. Рассматриваются дискретные сигналы, линейные дискретные системы, дискретное преобразование Фурье с использованием алгоритмов БПФ, синтез и анализ КИХ- и БИХ-фильтров, в том числе с фиксированной точкой, спектральный анализ сигналов, многоскоростная обработка сигналов и адаптивная цифровая фильтрация.

Технология обучения в процессе компьютерного моделирования на основе созданных авторами программ или графического интерфейса пользователя MATLAB расширяет теоретические знания и позволяет понять многие важные проблемы и аспекты практического применения методов и алгоритмов ЦОС. На прилагаемом к книге CD хранятся обучающие программы и таблицы исходных данных.

Предназначена для студентов, аспирантов и преподавателей вузов, а также специалистов в области цифровой обработки сигналов.

## МЕТОД ОЦЕНКИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЛОКАЛЬНЫХ ЭКСТРЕМУМОВ ДЛЯ МАТРИЦ КОЭФФИЦИЕНТОВ НЕПРЕРЫВНОГО ВЕЙВЛЕТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ СИГНАЛОВ ЭЭГ

*Туровский Я.А., к.м.н., доцент, заведующий лабораторией информационных технологий в медицине Воронежского государственного университета, e-mail: yaroslav\_turovsk@mail.ru;*

*Кургалин С.Д., д.ф.-м.н., заведующий кафедрой цифровых технологий Воронежского государственного университета, e-mail: kurgalin@bk.ru;*

*Семёнов А.Г., магистрант кафедры цифровых технологий Воронежского государственного университета, e-mail: smallcsf@gmail.com*

**Ключевые слова:** электроэнцефалограмма, непрерывный вейвлет-анализ, локальный спектр, цепочка локальных максимумов.

### Введение

Применение вейвлет-преобразований для анализа биомедицинских сигналов позволило расширить объём полезной информации, получаемой при обработке данных, регистрируемых с человека или животных в ходе клинических или физиологических исследований. Тем не менее, используемые в настоящее время методы, основанные на непрерывном вейвлет-преобразовании, в большинстве случаев не используют подходы, основанные на динамической оценке спектральных характеристик временного ряда исследуемых данных. Следовательно, актуальным является создание таких методов, в которых учитывается, что биомедицинские сигналы, в их числе и электроэнцефалограммы (ЭЭГ), представляют собой результат сложного нелинейного взаимодействия большого числа осцилляторов, формирующих электрические сигналы от изучаемых органов и систем. На получаемые данные также влияют и особенности органов и тканей, через которые проходит сигнал, прежде чем он достигнет датчика. Поэтому нужен подход, направленный на многосторонний анализ биомедицинских сигналов, включая данные ЭЭГ, основанный на непрерывном вейвлет-преобразовании, что поможет выявить особенности разворачивающихся во времени процессов в изучаемых органах и системах. Эти особенности, как уже отмечалось в [1-7], находят своё отражение в виде специфической динамики поведения цепочек локальных максимумов (ЦЛМ) или минимумов (ЦЛМин) матриц квадратов коэффициентов непрерывного вейвлет-преобразования.

Целью данной работы является разработка метода исследования динамики поведения локальных экстремумов матриц квадратов коэффициентов непрерывного вейвлет-преобразования сигналов ЭЭГ для определения областей, в которых наблюдается высокая концентрация цепочек локальных максимумов и минимумов. Анализ таких областей позволит дать оценку характеристикам процессов, происходящих в порождающих эти сигналы органах и системах.

*Предложен метод анализа биомедицинских сигналов на примере ЭЭГ, основанный на оценке структур, образованных в результате «взаимодействия» цепочек локальных максимумов – ЦЛМ и цепочек локальных минимумов – ЦЛМин в пространстве «масштаб вейвлет-преобразования – время». Разработаны алгоритмы детектирования таких структур, названных «областями сближения экстремумов» – ОСЭ. Проведенные вычислительные эксперименты с различными типами модельных сигналов (моночастотные гармоники, суммы нескольких гармонических сигналов, амплитудно-модулированные гармоники, белые и цветные шумы) показали, что формирование ОСЭ тесно связано с феноменом дрейфа ЦЛМ и ЦЛМин в частотном пространстве. Продемонстрирован подход к обработке результатов исследования для зрительных вызванных потенциалов головного мозга, а также определен способ классификации выявленных феноменов ЭЭГ.*

### Основные подходы к анализу цепочек локальных минимумов для матриц квадратов коэффициентов непрерывного вейвлет-преобразования

В результате непрерывного вейвлет-преобразования определенного сигнала (в т.ч. биомедицинского) получается матрица коэффициентов  $W(a,b)$ . Каждый из коэффициентов  $W(a,b)$  несёт в себе информацию об амплитуде сигнала в данный момент времени  $b$  на частоте (или масштабе)  $a$ . Возведя коэффициенты  $W(a,b)$  в квадрат и построив набор локальных спектров (скейлограмм, локальных энергетических спектров) [8], можно получить информацию о локальных экстремумах скейлограмм в каждый момент времени, а, следовательно, о наиболее или наименее выраженных частотных компонентах в исследуемом сигнале в определенный момент [8].

Как было показано в работах [4-7], локальные максимумы могут располагаться так, что можно считать, что они «объединяются» в особые структуры – цепочки локальных максимумов – ЦЛМ. Они обладают высокой информативностью при оценке феноменов ЭЭГ и вызванных потенциалов головного мозга, связанных с различными видами функциональных нагрузок человека [4-7].

Введем четыре правила для цепочек локальных минимумов (ЦЛМин), что, наряду с аналогичными правилами для цепочек локальных максимумов [4], необходимо для построения полной картины динамики поведения локальных экстремумов сигналов во времени.

1. Правило выделения ЦЛМин:  $k/\Delta b \rightarrow 1$ , где  $\Delta b$  – разность номеров отсчётов окончания и начала ЦЛМин для локальных спектров;  $k$  – число входящих в ЦЛМин точек. Суть этого правила в том, что оно даёт возможность, с одной стороны, выделить конкретную ЦЛМин, и с другой, избежать неправомерного объединения таких ЦЛМин в более длинную цепочку, при котором между ними имеются частотно-временные области без локальных минимумов.

2. Правило классификации на пять основных типов ЦЛМин по частотному дрейфу (т.е. по изменению частоты, на которой фиксируются элементы, составляющие цепочку): возрастающий; убывающий; не изменяющийся; убывающий, переходящий в растущий; растущий, переходящий в убывающий.

3. Правило классификации на пять основных типов ЦЛМин по изменению энергетических характеристик  $W^2(a,b)$  цепочки: возрастающий; убывающий; не изменяющийся; убывающий, переходящий в растущий; растущий, переходящий в убывающий.

4. Правило формирования кросс-типов, когда одна цепочка описывается и энергетической, и частотной её составляющими.

Как указывалось выше, подход, основанный на использовании ЦЛМ и ЦЛМин, позволяет существенно повысить информативность анализа биомедицинских сигналов. Однако он имеет и ряд недостатков, связанных, в первую очередь, с тем, что процесс изменения структуры локальных спектров во времени учитывается в исследованиях не полностью. Это объясняется в наибольшей степени тем, что минимумы и максимумы локальных спектров, равно как и формируемые ими цепочки, анализируются по отдельности, без учета их взаимосвязей и взаиморасположения.

Ясно, что области в пространстве  $(a, b)$ , где цепочки локальных максимумов и минимумов расположены достаточно близко друг к другу (исходя из выбранной меры оценки расстояния между ними), играют важную роль при анализе функционирования исследуемых органов или систем, так как они характеризуют изменение свойств изучаемого сигнала и, следовательно, представляют принципиально новую информацию о работе органов и систем, в частности, головного мозга.

Рассмотрим для примера вейвлет-диаграмму сигнала ЭЭГ с отмеченными на ней областями, в которых цепочки локальных максимумов и минимумов расположены близко друг к другу (рис. 1). Как хорошо видно из рисунка, ЦЛМ и ЦЛМин формируют области (часть из них отмечена окружностями), в которых расстояние между ними минимально, и, подчас, локальный минимум/минимумы или локальный максимум/максимумы соответствуют соседним (ближайшим) коэффициентам в матрице  $W^2(a,b)$ .

Такие участки пространства  $(a, b)$ , в которых ЦЛМ и ЦЛМин расположены достаточно близко друг к другу, назовём «областями сближения экстремумов» (ОСЭ).

Очевидно, что в этом случае мерой близости ЦЛМ и ЦЛМин будет минимально возможное расстояние между формирующими их экстремумами в пространстве  $(a, b)$ .

Рассмотрим результаты вычислительных экспериментов для выявления возможных ОСЭ, проведённых с

использованием модельных сигналов гармонического типа и «белого» и «цветного» шумов.

Итогом проведенных вычислительных экспериментов с модельными сигналами, результаты двух из которых представлены на рис. 2 и 3, является вывод о том, что наличие ОСЭ является характерным признаком сигналов, являющихся смесью большого количества компонент с разными частотами.

### Правила выделения областей сближения экстремумов

Важным моментом в анализе областей сближения экстремумов так же, как и при анализе цепочек локальных максимумов (или минимумов), является установление правил выделения участков пространства  $(a, b)$ , которые можно идентифицировать как ОСЭ.

Рассмотрим теоретические положения, с помощью которых будут сформулированы эти правила.

Пусть существует множество  $M^\alpha = \{m^\alpha_j\}$ , являющееся конечным упорядоченным набором элементов  $m^\alpha_j$  – локальных максимумов, где  $j$  – порядковый номер элемента во множестве  $M^\alpha$ ;  $j=1,2,\dots,q_1$ ;  $q_1$  – общее число локальных максимумов в матрице  $W^2(a,b)$ ; наличие верхнего индекса « $\alpha$ » обозначает принадлежность ко множеству локальных максимумов.

По аналогии, пусть существует множество  $M^\gamma = \{m^\gamma_j\}$ , являющееся конечным упорядоченным набором элементов  $m^\gamma_j$  – локальных минимумов, где  $j$  – порядковый номер элемента в множестве  $M^\gamma$ ;  $j=1,2,\dots,q_2$ ;  $q_2$  – общее число локальных минимумов в матрице  $W^2(a,b)$ ; верхний индекс « $\gamma$ » обозначает принадлежность ко множеству локальных минимумов.

Каждый элемент множеств  $M^\alpha$  или  $M^\gamma$  (т.е. локальный экстремум  $m_j$ ) характеризуется координатами в частотном пространстве  $a_j$ , во временном пространстве  $b_j$  ( $b$  – это время, порядковый номер отсчёта в сигнале или порядковый номер скейлограммы) и в энергетическом пространстве  $(W^2(a, b))$ .

На основе предыдущих исследований было получено [1-7], что локальные максимумы и минимумы формируют, соответственно, цепочки локальных максимумов и минимумов.

Отметим, что каждая ЦЛМ представляет собой подмножество  $M^{\alpha'}$  множества  $M^\alpha$ :

$$M^{\alpha'} = \{m^{\alpha}_1, m^{\alpha}_2, \dots, m^{\alpha}_{n_1}\} \subset M^\alpha, \quad (1)$$

где  $n_1$  – общее число локальных максимумов в определенной ЦЛМ.

Аналогично, каждая ЦЛМин представляет собой подмножество  $M^{\gamma'}$  множества  $M^\gamma$ :

$$M^{\gamma'} = \{m^{\gamma}_1, m^{\gamma}_2, \dots, m^{\gamma}_{n_2}\} \subset M^\gamma, \quad (2)$$

где  $n_2$  – общее число локальных минимумов в определенной ЦЛМин.

Следует обратить внимание на то, что элементы цепочки (локальные максимумы или минимумы) расположены в ней таким образом, что число соседей для каждого элемента равно двум для всех элементов, кроме тех, которые соответствуют началу или концу цепочки.

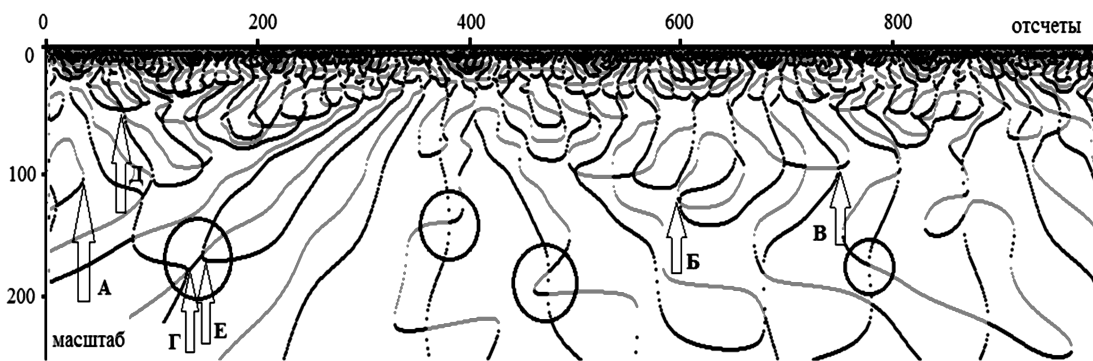


Рис. 1. Цепочки локальных минимумов (чёрного цвета) и локальных максимумов (серого цвета), полученные после обработки 5-секундной ЭЭГ для состояния покоя испытуемого. Использован вейвлет Morlet и отведение Oz по международной системе расположения электродов 10-20. По оси абсцисс отложен порядковый номер отсчёта, по оси ординат – масштаб вейвлет-преобразования. Замкнутыми линиями отмечены несколько областей пространства (а,б), содержащих ОСЭ

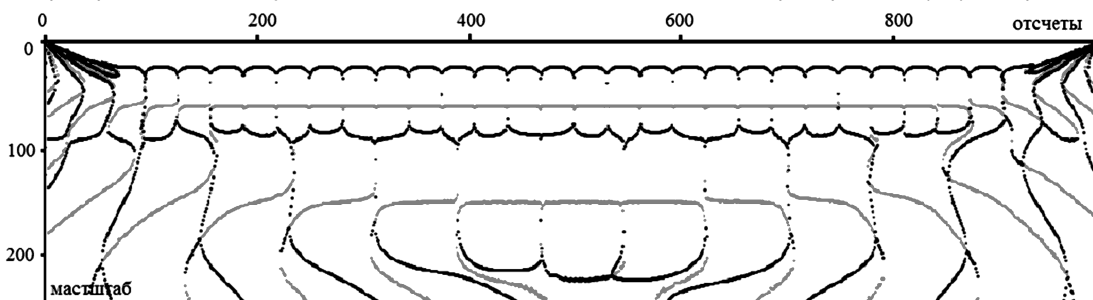


Рис. 2. Цепочки локальных минимумов (чёрного цвета) и локальных максимумов (серого цвета), полученные с применением модельного сигнала  $y = \sin(x/10) + \sin(x/25)$ , где  $x$  – порядковый номер отсчёта. Использован вейвлет Morlet. По оси абсцисс отложен порядковый номер отсчёта, по оси ординат – масштаб вейвлет-преобразования. Видно, что вне участков с крайними эффектами области сближения экстремумов (ОСЭ), практически, отсутствуют

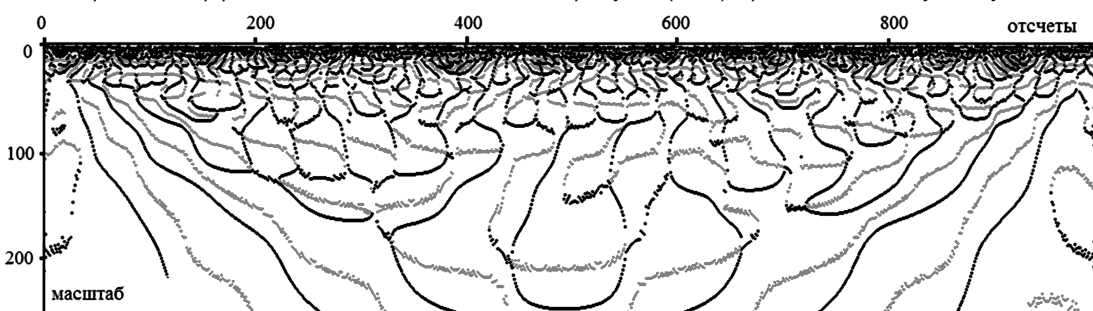


Рис. 3. Цепочки локальных минимумов (чёрного цвета) и локальных максимумов (серого цвета), полученные после обработки модельного сигнала, представляющего собой белый шум с единичной амплитудой. Использован вейвлет Morlet.

По оси абсцисс отложен порядковый номер отсчёта, по оси ординат – масштаб вейвлет-преобразования.

Наблюдается феномен формирования области сближения экстремумов (ОСЭ)

По результатам проведенных исследований на модельных и экспериментальных сигналах было предложено правило формирования ЦЛМ и/или ЦЛМин. Оно определяется значением логической функции  $f(a_i, b_j)$ :

$$f(a_i, b_j) = \begin{cases} 1, (a_i \in [(a_{i-1} - (v a_s + u)), (a_{i-1} + (v a_s + u))] \wedge \\ (b_j \in (b_{j-1}, b_{j-1} + (v a_s + u))); \\ 0, (a_i \in [(a_{i-1} - (v a_s + u)), (a_{i-1} + (v a_s + u))] \vee \\ (b_j \in (b_{j-1}, b_{j-1} + (v a_s + u))) \end{cases}, \quad (3)$$

где  $a_{i-1}$  – масштаб локального максимума концевой точки ЦЛМ, ближайшей по величине масштаба к предполагаемому для включения в ЦЛМ локальному максимуму;  $b_{j-1}$  – время (или номер отсчёта, номер скейлограммы) концевой точки ЦЛМ, ближайшей по времени (номеру отсчёта, номеру скейлограммы) к аналогичному

значению предполагаемого для включения в ЦЛМ локального максимума;  $a_s$  – значение масштаба первой точки формирующейся ЦЛМ. Константы  $u$  и  $v$  получены при использовании правила  $k/\Delta b \rightarrow 1$  и при наибольших для данного диапазона масштабов значений  $k$  (числа точек в ЦЛМ). Для вейвлетов Morlet и WAVE экспериментально были получены значения  $u=3$  и  $v=0.05$  [4].

Если функция  $f(a_i, b_j)$  (3) равна единице («истина»), то новый локальный максимум включается в конкретную ЦЛМ или ЦЛМин, а если она равна нулю («ложь»), то не включается.

Важно отметить, что это правило действует как при построении цепочек вдоль оси времени ( $b_s < b_n$ , где  $b_s$  – координата первого локального экстремума цепочки, а  $b_n$  – последнего), так и при построении цепочки против направления оси времени. При этом результаты выде-

ления ЦЛМ и ЦЛМин оказываются тождественными – они дают один и тот же эффект.

Обращает на себя внимание, что при реализации алгоритма на основе соотношения (3), ЦЛМ, выделенные в ходе анализа ЭЭГ, практически, всегда располагаются в пространстве  $(a, b)$  изолированно, не пересекаясь друг с другом. Иными словами, выполняется логическое условие:

$$(\exists(M_1^\alpha, \{m_\mu^\alpha, \dots, m_{\mu+n}^\alpha\})) \wedge (\exists(M_2^\alpha, \{m_\lambda^\alpha, \dots, m_{\lambda+o}^\alpha\})) \wedge, \quad (4)$$

$$\wedge(a_\mu > a_\lambda) \wedge (a_{\mu+n} > a_{\lambda+o}) = 1$$

где  $\mu$  и  $\lambda$  – порядковые номера локальных максимумов в двух разных ЦЛМ;  $n$  и  $o$  – суммарное число локальных максимумов в каждой из этих двух ЦЛМ;  $M_1^\alpha$  и  $M_2^\alpha$  – два подмножества локальных максимумов, формирующих первую и вторую ЦЛМ;  $a_\mu, a_\lambda, a_{\mu+n}, a_{\lambda+o}$  – масштабы соответствующих локальных максимумов.

В тоже время возможна ситуация, когда  $k/\Delta b < 1$ , т.е. число точек единичной ЦЛМ меньше, чем число локальных спектров между координатами  $b$  начальной и конечной точки цепочки. Это означает, что хотя бы один локальный максимум с координатами  $(a_m, b_m)$  имеет в качестве хотя бы одного соседа в локальном спектре с порядковым номером  $b_m \pm 1$  локальный спектр без максимума в окрестностях масштаба  $a_m$ . Данное состояние мы будем рассматривать как «разрыв ЦЛМ во временном пространстве».

Таким образом, теперь мы можем сформулировать **первое правило** выделения ОСЭ: «ОСЭ будут находиться либо у одного, либо у обоих концов ЦЛМ, либо в области разрыва ЦЛМ во временном пространстве». Значит, в локализации ОСЭ должны принимать участие начальные и конечные локальные максимумы ЦЛМ и локальные максимумы, ограничивающие разрыв, которые мы будем называть «опорными».

В тоже время, анализ локальных минимумов показывает, что ОСЭ могут находиться в любой точке ЦЛМин, а не только локализоваться у крайних (первых или последних) элементов цепочки.

Следовательно, можно сформулировать и **второе правило** выделения ОСЭ: «Чтобы сформировалась ОСЭ, к опорной точке ЦЛМ элементы ЦЛМин должны приблизиться на расстояние, меньшее некоторого порогового значения. При этом локальные экстремумы (в данном случае – минимумы) должны относиться, хотя бы к одной ЦЛМин». Иными словами, взяв большой временной диапазон  $\Delta t$  (или  $\Delta b$ ) для потенциально формирующейся ОСЭ и постепенно его уменьшая, можно добиться такого значения  $\Delta t$  ( $\Delta b$ ), при котором на минимальный отрезок времени будет приходиться только один экстремум локального спектра. При этом величина  $\Delta t/k$  будет стремиться к своему максимуму:  $\Delta t/k \rightarrow \max$  (или  $\Delta b/k \rightarrow \max$ ), где  $\Delta t$  – временной диапазон рассматриваемой области пространства  $(a, b)$  в окрестностях экстремумов ЦЛМ, выбранных в качестве опорных для построения ОСЭ по первому правилу;  $k$  – число как ло-

кальных минимумов, так и локальных максимумов.

Таким образом, результат выделения ОСЭ для случая одной ЦЛМ и одной ЦЛМин в пространстве  $(a, b)$  можно представить в виде логической функции:

$$f^{\alpha, \gamma}(a_\mu^\alpha, b_\mu^\alpha, a_\eta^\gamma, b_\eta^\gamma, n_1, n_2) = \begin{cases} 1, (\exists M^\alpha, \{m_\mu^\alpha(a_\mu^\alpha, b_\mu^\alpha), \dots, m_{\mu+n_1}^\alpha(a_{\mu+n_1}^\alpha, b_{\mu+n_1}^\alpha)\}) \wedge \\ (\exists M^\gamma, \{m_\eta^\gamma(a_\eta^\gamma, b_\eta^\gamma), \dots, m_{\eta+n_2}^\gamma(a_{\eta+n_2}^\gamma, b_{\eta+n_2}^\gamma)\}) \\ 0, (\exists M^\alpha, \{m_\mu^\alpha(a_\mu^\alpha, b_\mu^\alpha), \dots, m_{\mu+n_1}^\alpha(a_{\mu+n_1}^\alpha, b_{\mu+n_1}^\alpha)\}) \vee \\ (\exists M^\gamma, \{m_\eta^\gamma(a_\eta^\gamma, b_\eta^\gamma), \dots, m_{\eta+n_2}^\gamma(a_{\eta+n_2}^\gamma, b_{\eta+n_2}^\gamma)\}), \end{cases} \quad (5)$$

где  $\eta$  – порядковые номера локальных минимумов в ЦЛМин;  $n_1$  – число локальных максимумов, формирующих ЦЛМ;  $n_2$  – число локальных минимумов, формирующих ЦЛМин.

Таким образом, на первом этапе поиска ОСЭ необходимо выполнение условия существования хотя бы одной ЦЛМ и одной ЦЛМин.

Существование ЦЛМ автоматически означает наличие первого и последнего локального максимума этой цепочки на оси времени.

На втором этапе поиска и построения ОСЭ проверяется наличие разрывов у ЦЛМ во временной области.

Введем логическую функцию, определяющую существование у ЦЛМ разрывов во временной области:

$$f_r(M^\alpha) = \begin{cases} 1, k/\Delta b < 1 \\ 0, k/\Delta b = 1 \end{cases} \quad (6)$$

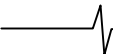
Эта функция нужна для определения того, будут ли включены в число опорных точек только начальные и конечные точки единичной ЦЛМ или будут использованы и точки, ограничивающие разрыв во временном пространстве.

**Третьим** и завершающим условием построения ОСЭ будет наличие вблизи опорной точки точек локальных минимумов и/или других максимумов, формирующих иные (любые другие) ЦЛМ и/или ЦЛМин. В качестве опорной точки будет выступать, согласно первому правилу построения ОСЭ, либо начальная и/или конечная точка ЦЛМ, либо одна из точек, ограничивающих разрыв цепочки во временной области.

Введем логическую функцию  $f_p(a_i^\alpha, b_i^\alpha, a_\eta^\gamma, b_\eta^\gamma)$ , отражающую результат принятия решения о том, находится ли данная точка пространства  $(a, b)$  достаточно близко к опорной точке потенциальной ОСЭ. В качестве пример рассмотрим точку ЦЛМин с координатами  $(a_\eta^\gamma, b_\eta^\gamma)$ , а в качестве опорной точки – начальную  $(a_i^\alpha, b_i^\alpha)$  точку ЦЛМ:

$$f_p(a_i^\alpha, b_i^\alpha, a_\eta^\gamma, b_\eta^\gamma) = \begin{cases} 1, (a_\eta^\gamma \in [(a_i^\alpha - (va_i^\alpha + u)), (a_i^\alpha + (va_i^\alpha + u))]) \wedge \\ (b_\eta^\gamma \in [(b_i^\alpha - (vb_i^\alpha + u)), (b_i^\alpha + (vb_i^\alpha + u))]); \\ 0, (a_\eta^\gamma \notin [(a_i^\alpha - (va_i^\alpha + u)), (a_i^\alpha + (va_i^\alpha + u))]) \vee \\ (b_\eta^\gamma \notin [(b_i^\alpha - (vb_i^\alpha + u)), (b_i^\alpha + (vb_i^\alpha + u))]); \end{cases} \quad (7)$$

где верхний индекс « $\alpha$ » означает принадлежность переменной к локальным максимумам, индекс « $\gamma$ » – принадлежность переменной к локальным минимумам;  $a$  и  $b$  –



координаты соответствующих элементов  $m^\gamma$  и  $m^\alpha$ .

Значение функции  $f_p(a_i^\alpha, b_i^\alpha, a_\eta^\gamma, b_\eta^\gamma, n_1, n_2)$ , равное «1» или «истина», будет означать, что точка может быть включена в область пространства ОСЭ, а «0» или «ложь» – что эта точка не может быть включена.

В итоге, логическая функция  $f_{res}$  принятия решения об отнесении участка пространства  $(a, b)$  к ОСЭ будет выражаться как:

$$f_{res}(a_i^\alpha, b_i^\alpha, a_\eta^\gamma, b_\eta^\gamma, n_1, n_2) = \begin{cases} 1, (f^{\alpha, \gamma}(a_\mu^\alpha, b_\mu^\alpha, a_\eta^\gamma, b_\eta^\gamma, n_1, n_2) = 1) \wedge \\ \wedge (f_p(a_i^\alpha, b_i^\alpha, a_\eta^\gamma, b_\eta^\gamma) = 1); \\ 0, (f^{\alpha, \gamma}(a_\mu^\alpha, b_\mu^\alpha, a_\eta^\gamma, b_\eta^\gamma, n_1, n_2) = 0) \vee \\ \vee (f_p(a_i^\alpha, b_i^\alpha, a_\eta^\gamma, b_\eta^\gamma) = 0). \end{cases} \quad (8)$$

При этом, если  $f_r(M^\alpha) = 0$  (см.(6)), то рассматриваются только начальная и конечная точка ЦЛМ как потенциальные области ОСЭ, если же  $f_r(M^\alpha) = 1$ , то принимаются во внимание начальные и конечные точки ЦЛМ, а также и точки, ограничивающие участок разрыва цепочки во временной области.

#### Типологизация областей сближения экстремумов

Рассмотрим правила типологизации ОСЭ.

Как показывает опыт, возможность разделить выделенные ОСЭ на определённые типы позволяет повысить чувствительность и специфичность методов оценки состояния испытуемого по данным ЭЭГ, в сравнении с использованием только нативных данных, а также применять методы классификации и Data Mining [9] для выявления не известных ранее закономерностей в изучаемых системах: нервной, сердечно-сосудистой и др.

1. По характеру развития ЦЛМ и ЦЛМин во времени ОСЭ можно разделить на три группы:

а) итоговые. Данный тип ОСЭ характеризуется тем, что в области пространства  $(a, b)$  ОСЭ завершаются и ЦЛМ, и ЦЛМин (рис. 1, стрелка А).

б) начальные. Данный тип ОСЭ характеризуется тем, что в области пространства  $(a, b)$  ОСЭ начинаются и ЦЛМ, и ЦЛМин (рис. 1, стрелка Б).

в) промежуточные. Для данного типа характерно «прохождение» через ОСЭ ЦЛМин, при том, что ЦЛМ могут как начинаться, так и заканчиваться в данной области пространства  $(a, b)$  (рис. 1, стрелка В).

2. По числу ЦЛМ и ЦЛМин, формирующих ОСЭ. Нетрудно заметить, что эта классификация даёт весьма большое количество вариантов, поскольку как ЦЛМ, так и ЦЛМин могут в значительных количествах (до 5-6 цепочек) формировать ОСЭ (рис. 1, стрелка Д).

3. По отношению числа входящих и выходящих из области ОСЭ ЦЛМ и ЦЛМин. Как и в предыдущем критерии классификации в силу сложной частотной картины сигнала ЭЭГ возможен весьма широкий диапазон имеющих показателей (от 0 до 6-7), отражающих как число входящих в данное ОСЭ ЦЛМ и ЦЛМин, так и число ЦЛМ и ЦЛМин, покидающих данную область (смотреть, например, рис. 1, стрелки Г и Е).

4. По типу ЦЛМ и ЦЛМин, формирующих ОСЭ. По-

скольку как для ЦЛМ, так и для ЦЛМин выявлено 5 частотных и 5 энергетических типов динамики поведения во времени, то можно использовать эти показатели для классификации формируемой ОСЭ.

5. По типу соседних ОСЭ. Действительно, поскольку одним из неотъемлемых элементов ОСЭ является первый или последний элемент ЦЛМ, то, возможно, что одна ЦЛМ может участвовать в формировании двух ОСЭ, один из которых появился в более ранний период времени. Аналогично, ЦЛМин, формирующая ОСЭ, может «проходить» через несколько таких областей. При этом ЦЛМ может продолжаться в одну соседнюю ОСЭ, а ЦЛМин – в другую, формируя таким образом сеть ОСЭ.

Таким образом, в результате применения этих правил типологизации может быть классифицирована большая часть разнообразных феноменов, связанных с выделенным эффектом ОСЭ, что позволяет сформировать широкий спектр входных параметров для статистической обработки исследуемых биомедицинских сигналов.

#### Оценка характеристик процессов, происходящих в органах и системах человека, на основе анализа областей сближения экстремумов

Рассмотрим пример получения частот встречаемости разных типов ЦЛМ и ЦЛМин при оценке ОСЭ.

Объектом исследования были зрительные вызванные потенциалы (ЗВП) головного мозга, которые регистрировались в ходе фотостимуляции. Эксперименты проводились с 21-м испытуемым обоего пола в возрасте от 19 до 24 лет. ЗВП были получены при частоте фотостимуляции 2.5 Гц, стимулирующий фотодиод располагался на расстоянии 1 м от глаз испытуемых. Регистрация ЗВП осуществлялась электроэнцефалографом «Нейрон-Спектр 4-ВП» в отведении ОЗ с частотой дискретизации 5 кГц.

Вызванный потенциал определялся путём когерентного накопления сигнала при не менее чем 300 фотостимуляциях. Результаты выделения ЗВП и контрольного эксперимента подвергались непрерывному вейвлет-преобразованию с использованием вейвлетов Morlet и по ним были получены значения элементов матрицы квадратов вейвлет-коэффициентов.

На рис 4. представлены характерные результаты сравнения частот встречаемости разных типов ЦЛМ и ЦЛМин, формирующих ОСЭ для ЗВП и контрольной группы. Полученные результаты продемонстрировали значимое различие по энергетическим составляющим как для цепочек локальных минимумов, так и максимумов, а для первых – ещё и значимое различие в структуре частотных типов (для критерия  $\chi^2$ :  $p < 0.001$  при общем числе проанализированных цепочек – более 5 тысяч с одного испытуемого).

#### Заключение

Таким образом, в настоящей работе предложен метод анализа биомедицинских сигналов на примере ЭЭГ, основанный на оценке структур, образованных в результате «взаимодействия» цепочек локальных максимумов – ЦЛМ и цепочек локальных минимумов – ЦЛМин в пространстве  $(a, b)$  «масштаб вейвлет-преобразования – время». Разработаны алгоритмы детектирования таких



структур, названных «областями сближения экстремумов» – ОСЭ. Проведенные вычислительные эксперименты с различными типами модельных сигналов (моночастотные гармоники, суммы нескольких гармонических сигналов, амплитудно модулированные гармоники, «белые» и «цветные» шумы) продемонстрировали, что формирование ОСЭ связано с феноменом дрейфа ЦЛМ и ЦЛМин в частотном пространстве. Продемонстрирован ряд подходов для обработки результатов исследования на примере ЗВП, а также определен подход к классификации выявленных феноменов ЭЭГ.

Полученный метод может быть в дальнейшем применен для изучения широкого спектра сигналов медико-биологической природы. Это позволит существенно расширить номенклатуру выявляемых феноменов при анализе биомедицинских сигналов и, в конечном итоге, поднять общую информативность клинко-физиологических исследований.

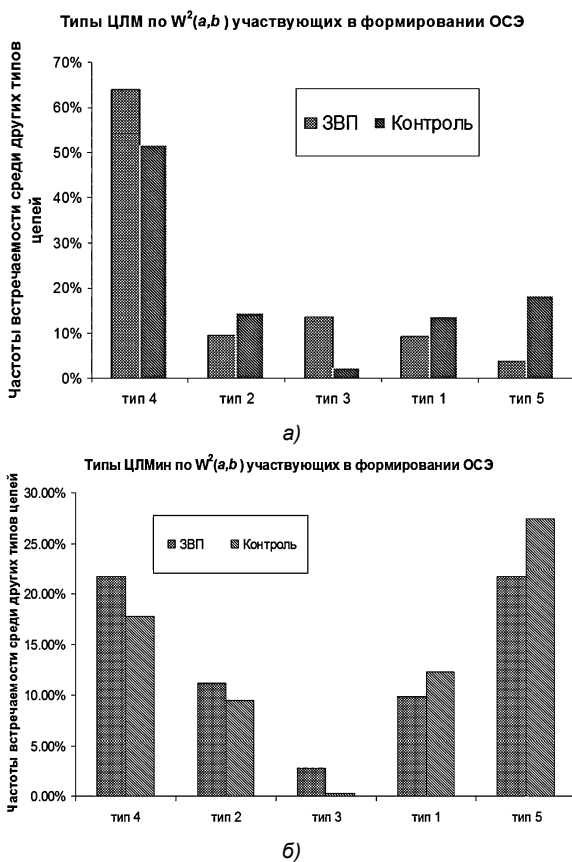


Рис. 4. Типичные результаты по частотам встречаемости ЦЛМ различных энергетических типов: а – за 100% приняты общие числа ЦЛМ отдельно для контроля и отдельно для группы ЗВП; б – за 100% приняты общие числа ЦЛМин отдельно для контроля и отдельно для группы ЗВП. 33% от общего числа ЦЛМин приходится на долю не указанных на графике ЦЛМин, состоящих только из одного минимума

### Литература

1. Туровский Я.А. Программа PikWave 1.0. Зарегистрирована в Российском агентстве по патентам и товарным знакам, регистрационный № 2006613500.

2. Туровский Я.А., Семёнов А.Г., Киселева Е.В., Хороших Н.В. Программа Wavemax 1.0. Зарегистрирована в Российском агентстве по патентам и товарным знакам, регистрационный № 2012614720.

3. Туровский Я.А., Кургалин С.Д., Вахтин А.А. Обработка сигнала электроэнцефалограммы на основе анализа частотных зависимостей и вейвлет-преобразования // Биомедицинская радиоэлектроника. – 2012. – № 12. – С. 39-45.

4. Туровский Я.А., – 2012. – Вестник Воронежского государственного университета. Сер. Системный анализ и информационные технологии. – 2013. – №2. – С. 69-73.

5. Туровский Я.А., Кургалин С.Д., Максимов А.В. Моделирование процесса выделения частотных локальных минимумов в сигналах электроэнцефалограмм // Вестник Тамбовского государственного технического университета. – 2012. – Т. 18, № 4. – С. 827-834.

6. Туровский Я.А., Кургалин С.Д., Семёнов А.Г. Анализ энцефалограмм на основе исследования цепочек локальных максимумов скейлограмм // Цифровая обработка сигналов. – 2013. – №2. – С. 20-23.

7. Туровский Я.А., Кургалин С.Д., Семёнов А.Г. Динамика энергетических показателей цепочек локальных максимумов вейвлет-коэффициентов биомедицинских сигналов // Цифровая обработка сигналов. – 2013. – №2. – С. 24-29.

8. Астафьева Н.М. Вейвлет-анализ: основы теории и примеры применения // Успехи физических наук. – 1996. – Т. 166, № 11. – С. 1145-1170.

9. Чубукова И. А. Data Mining: учебное пособие. – М.: Интернет-университет информационных технологий: БИНОМ: Лаборатория знаний, 2006. – 382 с.

### ESTIMATION METHOD FOR LOCAL EXTREMA INTERACTION OF MATRIXES OF COEFFICIENTS IN CONTINUOUS WAVELET TRANSFORMATION OF ELECTROENCEPHALOGRAM SIGNALS

*Turovsky Y.A., Kurgalin S.D., Semyonov A.G.*

This paper offers an analysis method for biomedical signals, demonstrated on the example of EEG, and based on estimations of structures, which were shaped as a result of «interaction» between local maximums chains (LMC) and local minimums» dimension. There are detecting algorithms of such structures, called «areas of extremes' convergence» (AEC), worked out. The computing experiments accomplished with different types of model signals (monofrequency harmonics, sums of harmonic signals, amplitude-modulated harmonics, white and colored noises) showed that shaping of AEC is closely related to a phenomenon of LMC and LMinC drift in frequency domain. We demonstrated an approach to the processing of the survey results for visual evoked potentials of the brain, and defined a way to classify the identified EEG phenomena.

## ФИЛЬТРАЦИЯ ЦИФРОВЫХ ПОЛУТОНОВЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ НА ОСНОВЕ ЦЕПЕЙ МАРКОВА С НЕСКОЛЬКИМИ СОСТОЯНИЯМИ

*Петров Е.П., д.т.н., профессор, заведующий кафедрой радиоэлектронных средств Вятского государственного университета, e-mail: eppetrov@mail.ru*

*Харина Н.Л., к.т.н., доцент кафедры радиоэлектронных средств Вятского государственного университета, e-mail: Natal\_res@mail.ru*

*Ржанникова Е.Д., магистрант кафедры радиоэлектронных средств Вятского государственного университета, e-mail: lavrova\_elena@bk.ru*

**Ключевые слова:** полутоновые изображения, нелинейная фильтрация, цепи Маркова, помехоустойчивость приема, энергетические ресурсы.

### Введение

В настоящее время растут требования к объему, качеству и скорости передаваемой информации. Наиболее емким носителем информации являются цветные изображения, часто состоящие из набора монохроматических полутоновых изображений, которые при их представлении двоичными  $g$ -разрядными числами в большинстве случаев передаются бинарными импульсными сигналами. При этом число градаций яркости в монохроматических полутоновых изображениях равно  $Q = 2^g$ . Переход к представлению цифровых полутоновых изображений (ЦПИ) двоичными числами с восемью и более разрядами позволил увеличить качество изображений, передаваемых по каналам связи. Однако, чем больше разрядность ЦПИ, тем больше времени требуется для его передачи. Поэтому задача сокращения времени передачи ЦПИ при сохранении его качества является актуальной и может быть решена переходом от многоградационного  $g$ -разрядного представления ЦПИ к малоградационному изображению (МГИ) на передающей стороне и обратно к  $g$ -разрядному ЦПИ на приемной стороне канала связи.

Переход от  $g$ -разрядного ЦПИ к МГИ позволяет максимально использовать статистическую избыточность ЦПИ. Следует отметить, что представление  $g$ -разрядного ЦПИ набором независимых разрядных двоичных изображений (РДИ), принятое в [1], не всегда корректно, особенно для старших РДИ часто корреляция между соседними РДИ присутствует и может быть существенной. В ЦПИ наиболее коррелированные старший и средний  $g$  и  $(g-1)$  РДИ и значительно менее остальные пары РДИ. На рис. 1 представлены значения корреляции между парами РДИ в 8-разрядных ЦПИ с крупными объектами сцен, у которых присутствует наибольшая корреляция между соседними РДИ. Отсюда следует, что статистическая избыточность, содержащаяся в исходном ЦПИ при ее реализации может быть резервом для повышения качества ЦПИ, а переход к МГИ, позволяет сократить время передачи в  $g/N$  раз, где  $N$  – чис-

Цифровые полутоновые изображения (ЦПИ), представленные  $g$ -разрядными двоичными числами, часто имеют большую статистическую избыточность, которая может служить резервом повышения помехоустойчивости приема ЦПИ. В данной работе предложены алгоритмы нелинейной фильтрации ЦПИ на основе цепей Маркова с несколькими состояниями, позволяющие сократить время передачи изображения. Проведены исследования алгоритмов фильтрации ЦПИ при наличии белого гауссовского шума, результаты которых подтверждают теоретические предположения о возможности повышения качества приема ЦПИ без увеличения энергетических ресурсов на передающей стороне канала связи.

ло групп РДИ в МГИ,  $g$  – разрядность ЦПИ.

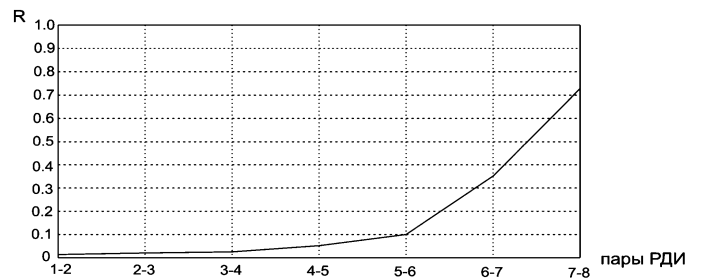


Рис. 1. Коэффициент корреляции между соседними парами РДИ в 8-разрядном ЦПИ

### Постановка задачи

Требуется синтезировать алгоритмы фильтрации малоградационных изображений на основе цепей Маркова с несколькими состояниями ( $N > 2$ ) при наличии белого гауссовского шума БГШ  $n(t)$  с нулевым средним и дисперсией  $\sigma_n^2$ .

Пусть  $g$ -разрядное ЦПИ представлено набором из  $g$  РДИ, каждое из которых является суперпозицией двух одномерных цепей Маркова с двумя равновероятными ( $p_1 = p_2$ ) состояниями  $\mu_1^{(l)}$  и  $\mu_2^{(l)}$  и матрицами вероятностей перехода (МВП)  ${}^1\Pi$  и  ${}^2\Pi$  от состояния  ${}^s\mu_i^{(l)}$  в состояние  ${}^s\mu_j^{(l)}$  ( $i, j = \overline{1, 2}; s = \overline{1, 2}, l \in g$ ) вида:

$${}^1\Pi = \left\| \pi_{ij}^1 \right\|_{m \times n}, \quad {}^2\Pi = \left\| \pi_{ij}^2 \right\|_{m \times n}, \quad (1)$$

где  ${}^1\Pi$  – по горизонтали,  ${}^2\Pi$  – по вертикали РДИ размером  $m \times n$  [1]. Объединим в  $g$ -разрядном ЦПИ с  $2^g$  уровнями яркости соседние РДИ в группы по  $g/N$

РДИ (рис. 2) и получим изображение с меньшим числом градаций яркости (рис. 3). Будем полагать, что градационные плоскости (ГП) яркости в МГИ, как и РДИ, являются двумерными цепями Маркова с вектором вероятностей начальных состояний  $P = \|p_1, p_2, \dots, p_N\|^T$ . Размер  $N$  определяется числом возможных состояний бинарных элементов, расположенных в одинаковых позициях двух соседних РДИ, образующих одно из  $N$  состояний МГИ.

Используя метод синтеза алгоритмов фильтрации статических 8-разрядных ЦПИ, хорошо исследованный в работе [2], синтезируем алгоритм нелинейной фильтрации МГИ.

Пусть МГИ, образованное из 8-разрядного ЦПИ, состоит из 4 яркостных ГП, каждая из которых является двумерной цепью Маркова с  $N = 4$  состояниями (рис. 4).

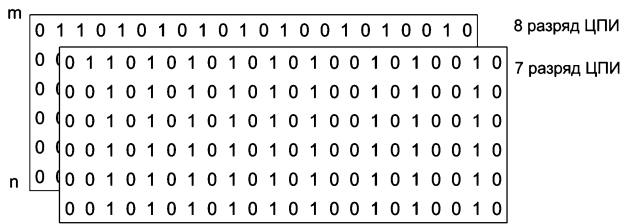


Рис. 2. Старшие РДИ в 8-разрядном ЦПИ

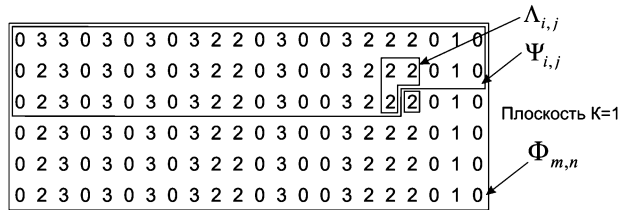


Рис. 3. Градационная плоскость яркости МГИ с четырьмя состояниями

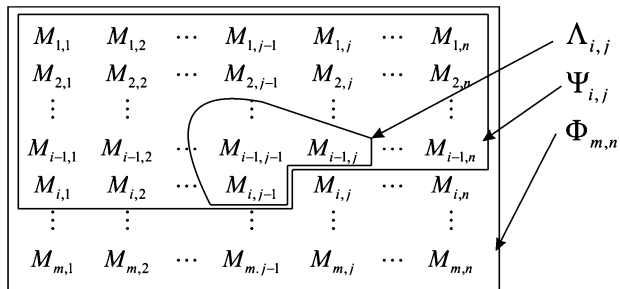


Рис. 4. Градационная плоскость МГИ

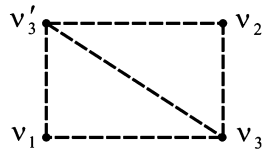


Рис. 5. Окрестность  $\Lambda_{i,j}$  фильтруемого элемента

$$v_3 = M_{i,j} \text{ в МГИ,}$$

$$\text{где } v_1 = M_{i,j-1}, v_2 = M_{i-1,j}, v'_3 = M_{i-1,j-1}$$

Вектор вероятностей начальных состояний  $P$  и МВП  ${}^1\Pi$  и  ${}^2\Pi$  из состояния  $M_i$  к состоянию  $M_j$ , ( $i, j = \overline{1,4}$ ) по горизонтали и вертикали МСП, соответственно являются априорно заданными и имеют вид:

$$P = \|p_1, p_2, p_3, p_4\|^T \quad (2)$$

$${}^1\Pi = \begin{pmatrix} {}^1\pi_{11} & {}^1\pi_{12} & {}^1\pi_{13} & {}^1\pi_{14} \\ {}^1\pi_{21} & {}^1\pi_{22} & {}^1\pi_{23} & {}^1\pi_{24} \\ {}^1\pi_{31} & {}^1\pi_{32} & {}^1\pi_{33} & {}^1\pi_{34} \\ {}^1\pi_{41} & {}^1\pi_{42} & {}^1\pi_{43} & {}^1\pi_{44} \end{pmatrix},$$

$${}^2\Pi = \begin{pmatrix} {}^2\pi_{11} & {}^2\pi_{12} & {}^2\pi_{13} & {}^2\pi_{14} \\ {}^2\pi_{21} & {}^2\pi_{22} & {}^2\pi_{23} & {}^2\pi_{24} \\ {}^2\pi_{31} & {}^2\pi_{32} & {}^2\pi_{33} & {}^2\pi_{34} \\ {}^2\pi_{41} & {}^2\pi_{42} & {}^2\pi_{43} & {}^2\pi_{44} \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Элементы матриц (3) удовлетворяют условиям нормировки

$$\sum_{j=1}^N q \pi_{ij} = 1, i \in N, q = \overline{1,2} \quad (4)$$

и стационарности

$$p_i = \sum_{j=1}^N p_j \pi_{ij}, i \in N. \quad (5)$$

Будем полагать, что каждый фильтруемый элемент  $M_{i,j}$  градационной плоскости МГИ, принадлежащий области  $\Psi_{i,j}$  ( $i \in m; j \in n$ ), зависит только от соседних известных элементов МГИ, образующих окрестность элемента  $v_3$  (рис. 5).

Вероятность состояния элемента  $v_3$  с окрестностью (рис.5) в области  $\Psi_{i,j}$  (рис. 4) полностью определяется энтропией элемента  $v_3$  относительно состояний элементов окрестности  $\Lambda_{i,j}$  как разность безусловной энтропии элемента  $v_3$  и взаимной информации между тремя элементами  $v'_3, v_2, v_1$ . Выражение энтропии элемента  $v_3$  можно представить в виде [2]:

$$H(v_3 | v_2, v_1) = H(v_3) - I(v_3, v_2, v_1) = \log \frac{\pi(v_3 | v_1) \pi(v_3 | v_2)}{\pi(v_3 | v_1, v_2)}, \quad (6)$$

где  $\pi(v_3 | v_1)$ ,  $\pi(v_3 | v_2)$  – одномерные вероятности перехода между соседними состояниями;  $\pi(v_3 | v_1, v_2)$  – вероятность перехода в двумерной цепи Маркова.

Вероятности перехода от комбинаций состояний элементов окрестности (рис. 4) образуют сложную МВП вида:

$$\Pi = \begin{pmatrix} \pi_{iii} & \pi_{iji} & \pi_{iki} & \pi_{ili} & \pi_{jii} & \pi_{jji} & \pi_{jki} & \pi_{jli} & \dots & \pi_{lii} & \pi_{lji} & \pi_{lki} & \pi_{lli} \\ \pi_{ijj} & \pi_{ijj} & \pi_{ikj} & \pi_{ilj} & \pi_{jjj} & \pi_{jjj} & \pi_{jkj} & \pi_{jlj} & \dots & \pi_{ljj} & \pi_{ljj} & \pi_{lkj} & \pi_{llj} \\ \pi_{iik} & \pi_{ijk} & \pi_{ikk} & \pi_{ilk} & \pi_{jik} & \pi_{jjk} & \pi_{jkk} & \pi_{jlk} & \dots & \pi_{lik} & \pi_{ljk} & \pi_{lkk} & \pi_{llk} \\ \pi_{iil} & \pi_{ijl} & \pi_{ikl} & \pi_{ill} & \pi_{jil} & \pi_{jil} & \pi_{jkl} & \pi_{jll} & \dots & \pi_{lil} & \pi_{ljl} & \pi_{llk} & \pi_{lll} \end{pmatrix} \quad (7)$$

Элементы первого и второго столбца МВП  $\Pi$  (7) связаны с элементами матриц (3) следующими соотношениями:

$$\pi_{iii} = \frac{{}^1\pi_{ii} \cdot {}^2\pi_{ii}}{3\pi_{ii}}, \quad \pi_{ijj} = \frac{{}^1\pi_{ij} \cdot {}^2\pi_{ij}}{3\pi_{ij}},$$

$$\pi_{iik} = \frac{1\pi_{ik} \cdot 2\pi_{ik}}{3\pi_{ii}} \quad \pi_{iil} = \frac{1\pi_{il} \cdot 2\pi_{il}}{3\pi_{ii}},$$

$$\pi_{iji} = \frac{1\pi_{ii} \cdot 2\pi_{ji}}{3\pi_{ij}} \quad \pi_{ijj} = \frac{1\pi_{ij} \cdot 2\pi_{jj}}{3\pi_{ij}},$$

$$\pi_{ijk} = \frac{1\pi_{ik} \cdot 2\pi_{jk}}{3\pi_{ij}} \quad \pi_{ijl} = \frac{1\pi_{il} \cdot 2\pi_{jl}}{3\pi_{ij}},$$

где  ${}^3\pi_{ij}$  – элементы дополнительной матрицы

$${}^3\Pi = {}^1\Pi \times {}^2\Pi', \quad (9)$$

характеризующей статистическую связь элементов  $v_3$  и  $v_3'$ .

Соотношения (8) приведены для первых двух столбцов МВП (7), остальные вычисляются аналогично. Элементы МВП удовлетворяют условию нормировки и стационарности. Каждой строке МВП соответствует определенное состояние элементов окрестности  $\Lambda_{i,j}$ .

Опуская процедуру синтеза, которая аналогична процедуре в работах [1, 2], запишем систему рекуррентных уравнений нелинейной фильтрации двумерной цепи Маркова с четырьмя состояниями в виде:

$$u_1(v_4) = [f(M_1(v_4)) - f(M_4(v_4))] + u_1(v_1) + z_1(u(v_1), {}^1\pi_{ij}) + u_1(v_2) + z_1(u(v_2), {}^2\pi_{ij}) - u_1(v_3) - z_1(u(v_3), {}^3\pi_{ij});$$

$$u_2(v_4) = [f(M_2(v_4)) - f(M_4(v_4))] + u_2(v_1) + z_2(u(v_1), {}^1\pi_{ij}) + u_2(v_2) + z_2(u(v_2), {}^2\pi_{ij}) - u_2(v_3) - z_2(u(v_3), {}^3\pi_{ij});$$

$$u_3(v_4) = [f(M_3(v_4)) - f(M_4(v_4))] + u_3(v_1) + z_3(u(v_1), {}^1\pi_{ij}) + u_3(v_2) + z_3(u(v_2), {}^2\pi_{ij}) - u_3(v_3) - z_3(u(v_3), {}^3\pi_{ij}),$$

где  $u_j(v_4) = \ln \left[ \frac{p_j(v_4)}{p_4(v_4)} \right]$  ( $j = \overline{1,3}$ );  $p_j(v_4)$  ( $j = \overline{1,4}$ ) – априорная вероятность дискретного параметра бинарных импульсных сигналов, адекватных состояниям элементов МГИ,  $[f(M_i(v_4)) - f(M_4(v_4))]$ ,  $i = \overline{1,3}$  – разность логарифмов функции правдоподобия состояний дискретного параметра импульсных сигналов (элементов ЦПИ);  $z_j(\cdot)$  – нелинейная функция вида:

$$z_j(u(v_l), {}^l\pi_{ij}) = \ln \left[ \frac{\sum_{i=1, i \neq j}^3 \{ \exp(u_i(v_l) - u_j(v_l)) {}^l\pi_{ij} \} + \exp(-u_j(v_l)) {}^l\pi_{4j} + \pi_{jj}}{\sum_{i=1}^3 \{ \exp(u_i(v_l)) {}^l\pi_{i4} \} + \pi_{44}} \right]$$

$$(j = \overline{1,3}, l = \overline{1,3}). \quad (11)$$

Вся априорная информация о статистической зависимости элементов МГИ сосредоточена в слагаемых вида (11), где  ${}^l\pi_{ij}$  ( $i, j = \overline{1,4}, l = \overline{1,3}$ )  $S$  – элементы МВП (3), (9).

В качестве критерия различения состояний элементов МГИ примем критерий максимума логарифма отношения апостериорных вероятностей  $u_j(v_4)$  ( $j = \overline{1,3}$ )  $S$ ,

в соответствии с которым, если

$$u_j(v_4) > u_i(v_4), \quad i, j = \overline{1,3}; \quad i \neq j, \quad (12)$$

то принимается решение о состоянии элемента изображения  $v_4 = M_j$ , если все значения  $u_j(v_4) < 0$  ( $j = \overline{1,3}$ ),

то принимается решение о состоянии элемента изображения  $v_4 = M_4$ .

На рис. 6 а-г представлены результаты нелинейной фильтрации МГИ с четырьмя градациями, сформированного на основе реального 8-разрядного ЦПИ «Город» размером  $1920 \times 1200$  пикселей (рис. 6а), каждая ГП яркости которого представляет двумерную цепь Маркова с четырьмя равновероятными состояниями ( $p_1 = p_2 = p_3 = p_4$ ) и МВП вида (3). Для градации, образованной разрядными двоичными изображениями восьмого и седьмого разрядов, МВП имеют вид

$${}^1\hat{\Pi} = \begin{bmatrix} 0.949 & 0.05 & 0.0005 & 0.0005 \\ 0.095 & 0.852 & 0.052 & 0.001 \\ 0.003 & 0.123 & 0.834 & 0.04 \\ 0.001 & 0.005 & 0.118 & 0.876 \end{bmatrix},$$

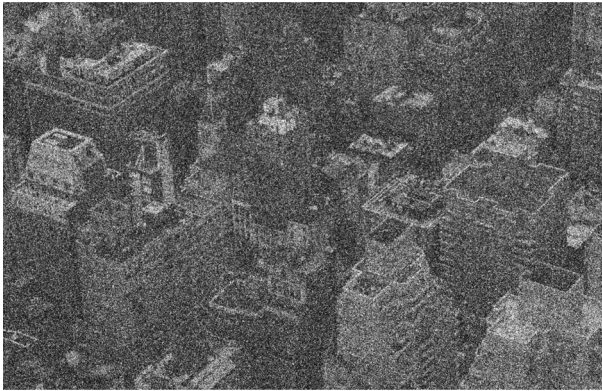
$${}^2\hat{\Pi} = \begin{bmatrix} 0.9545 & 0.045 & 0.0003 & 0.0002 \\ 0.086 & 0.856 & 0.057 & 0.001 \\ 0.001 & 0.135 & 0.814 & 0.05 \\ 0.0005 & 0.0005 & 0.147 & 0.848 \end{bmatrix}, \quad (13)$$

где « $\wedge$ » указывает, что элементы МВП являются оценками, вычисленными методом, изложенным в [3].

На рис. 6б представлено МГИ, искаженное БГШ при отношении сигнал/шум по мощности на входе радиоприемного устройства (РПУ)  $\rho_3^2 = -9$  дБ. МГИ на выходе нелинейного фильтра представлено на рис. 6в. На рис. 6г для сравнения представлено отфильтрованное поразрядно исходное 8-разрядное ЦПИ. Для оценки качества фильтрации были вычислены среднеквадратические ошибки (СКО) зашумленного МГИ на выходе нелинейного фильтра и восстановленного на выходе (рис. 6г). В результате фильтрации СКО в обоих случаях уменьшилась приблизительно в 4 раза.



а)



б)



е)



а)

Рис. 6

### Заключение

Отсюда следует, что при одинаковом качестве восстановления ЦПИ, искаженных БГШ, время передачи МГИ в 2 раза меньше, чем 8-разрядного ЦПИ. Существенное влияние на качество фильтрации МГИ и ЦПИ оказывает точность вычисления оценок элементов МВП  ${}^1\hat{\Pi}$  и  ${}^2\hat{\Pi}$ , усредненных по всему ЦПИ. В реальном ЦПИ оценки элементов МВП могут в некоторых локальных областях значительно отличаться от средних по всему ЦПИ, что ведет к снижению эффективности фильтрации. Для ее увеличения необходимы адаптивные алгоритмы фильтрации, в которых МВП вычисляются по принятым сигналам изображений [3].

### Литература

1. Петров Е.П., Трубин И.С., Частиков И.А. Нелинейная фильтрация видеопоследовательностей цифровых полутоновых изображений марковского типа // Успехи современной радиоэлектроники. 2007. № 3. С. 54-87.
2. Петров Е.П., Медведева Е.В. Нелинейная фильтрация статистически связанных видеопоследовательностей на основе скрытых марковских цепей // Радиотехника и электроника, 2010. Т.55. № 3. С. 330-339.
3. Медведева Е.В. Адаптивная нелинейная фильтрация цветных видеоизображений//Информационные технологии, №11, 2009. – Стр. 61 – 64.

### DIGITAL HALFTONE IMAGES FILTRATION BASED ON THE MARKOV CHAINS WITH SEVERAL STATES

*Petrov E.P., Harina N.L., Rjannikova E.D.*

The algorithms of non-linear filtration of digital halftone images based on the Markov chains with several states are developed. This algorithms allow to reduce image transfer time. Investigation of digital halftone images filtering algorithms in the presence of white Gaussian noise showed high performance of statistical redundancy realization of digital halftone images for increase in the noise immunity of its reception.

### *Уважаемые коллеги!*

Для тех, кто не успел оформить подписку на первое полугодие 2014 года через ОАО «Роспечать», сохраняется возможность приобретения журналов непосредственно в редакции по адресу: 107031, г. Москва, Рождественка, 6\9\20, стр. 1, Российское научно-техническое общество радиотехники, электроники и связи им. А.С. Попова, или оформить Заказ в соответствии с требованиями, выставленными на сайте журнала: [www.dsra.ru](http://www.dsra.ru).

Справки по телефонам: (495) 621-71-08, 621-06-10.

Факс: (495) 621-06-10. E-mail: [rntores@mail.ru](mailto:rntores@mail.ru)

## СЖАТИЕ ИЗОБРАЖЕНИЙ НА ОСНОВЕ БЛОЧНОЙ ДЕКОМПОЗИЦИИ В ОБЛАСТИ ПАКЕТНОГО ВЕЙВЛЕТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

Умняшкин С.В., д. ф.-м. н., профессор Национального исследовательского университета «МИЭТ», г. Москва, e-mail: vrinf@miee.ru;

Гизятуллин Р.Р., аспирант кафедры ВМ-1 Национального исследовательского университета «МИЭТ», г. Москва, e-mail: ruslan.gizyatullin@gmail.com

**Ключевые слова:** сжатие изображений, блочная декомпозиция, вейвлет-преобразование, адаптивная декомпозиция, статистическая модель.

### Предварительные сведения

Алгоритмы сжатия изображений, основанные на дискретном вейвлет-преобразовании (ДВП), показывают высокие характеристики при сжатии фотографических изображений. Однако пространственно-частотное разбиение спектра ДВП фиксировано и не может подстраиваться под локальные характеристики изображения. Данная проблема может быть решена за счёт адаптивного выбора базиса. Так, при использовании дискретного пакетного вейвлет-преобразования (ДПВП) высокочастотные саббэнды могут подвергаться дальнейшей декомпозиции с целью получения оптимального базиса для конкретного сигнала [1].

Немало работ посвящено улучшению характеристик сжатия на основе вейвлет-преобразования. Так, например, в работе [2] проведена адаптация вейвлет-разложения к различным частотным направлениям исходного сигнала. В работе [3] ставка сделана на выбор наиболее подходящего способа кодирования подмножеств коэффициентов вейвлет-спектра. В работе [4] предлагается использовать в качестве декоррелирующего бинарное вейвлет-преобразование. В основе наиболее широко используемых кодеков на основе ДВП пока лежит базис, при построении которого ВЧ и НЧ декомпозиции сначала подвергается всё изображение, а затем данная процедура может быть повторена над низкочастотной частью коэффициентов спектра, соответствующих коэффициентам при масштабирующих функциях. Такое разложение является «классическим». Число уровней декомпозиции называют также глубиной преобразования.

Коэффициенты вейвлет-спектра можно упорядочить в виде графа-дерева. При этом функции-потомки имеют носитель, не выходящий за область носителя функции-родителя. Коэффициенты, лежащие в самом низкочастотном LL саббэнде (LL4 на рис. 1), соответствуют масштабирующим функциям, представляют собой начало дерева и имеют трёх потомков – коэффициентов при функциях вейвлетов, имеющих ту же пространственную локализацию в области изображения, что и масштабирующая функция-родитель. Остальные коэффициенты

*Предлагается схема сжатия изображений, основанная на адаптивной блочной декомпозиции в области вейвлет-преобразования, которая использует ограниченный класс базисов, подстраиваемых под локальные пространственные особенности изображения. Для сжатия вейвлет-спектра используется многомодельное арифметическое кодирование, где выбор статистической модели контекстно осуществляется по уже закодированным вейвлет-коэффициентам. Проведённые эксперименты показывают, что предложенный алгоритм показывает результаты по PSNR не хуже, чем JPEG2000. При этом на некоторых изображениях выигрыш в PSNR доходит до 0.3-0.5дБ.*

в спектре соответствуют только вейвлет-функциям и имеют по 4 потомка, причем вейвлеты-потомки получаются из вейвлетов-родителей путём сжатия и сдвига. При этом функции-потомки имеют в области изображения носитель, не выходящий за область носителя функции-родителя. Сказанное иллюстрирует рис. 2, на котором изображена структура связей родителей и потомков. Проход от самого низкочастотного LL-саббэнда в сторону более высокочастотных саббэндов (направление по стрелкам на рис. 2) будет соответствовать повышению пространственного разрешения базисных функций в области изображения. При этом коэффициенты спектра, лежащие в трёх самых высокочастотных саббэндах  $HL_1$ ,  $HL_1$  и  $LH_1$ , потомков не имеют.

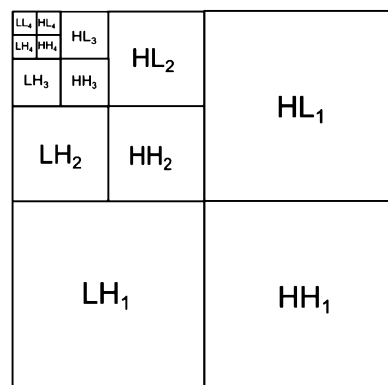


Рис. 1. Схема обозначений саббэндов при 4-х уровневой декомпозиции

Для изображений, имеющих сложную структуру, локализация распределения энергии по коэффициентам вейвлет-спектра может быть повышена в результате адаптации базиса под структуру изображения. Количество контролировать «качество» локализации энергии можно через энтропию сигнала относительно базиса вейвлет-пакетов [1]:

$$H = - \sum_k y_k^2 \ln(y_k^2), \quad (1)$$

где  $y_k$  – значения коэффициентов пакетного вейвлет-спектра. При этом предполагается, что используемый базис является ортогональным. Минимизация энтропии базиса (1) используется в предлагаемом кодеке, схема которого приведена на рис. 3.

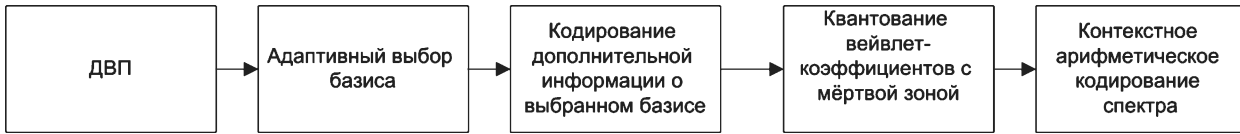


Рис. 3. Схема кодека

**Описание алгоритма**

Рассмотрим подробнее каждый этап работы предлагаемого кодека. На первом этапе выполняется четырёхуровневое вейвлет-преобразование. Выбор 4-х уровневое преобразования позволяет получить в самом низкочастотном LL<sub>4</sub> саббэнде почти некоррелированные коэффициенты. Для более корректного последующего сравнения предлагаемого кодека со стандартным JPEG2000 в качестве вейвлет-базиса выберем биортогональный вейвлет CDF 9/7, используемый в соответствующем методе сжатия изображений [7]. Возможно использование и других вейвлет-базисов; при этом может потребоваться некоторая корректировка эмпирически найденных числовых параметров предлагаемого алгоритма сжатия.

На следующем этапе производится адаптивное улучшение носителей базисных функций двух самых высокочастотных уровней ДВП {LH<sub>1</sub>, HH<sub>1</sub>, HL<sub>1</sub>, LH<sub>2</sub>, HH<sub>2</sub>, HL<sub>2</sub>} (см. рис. 1. Для этого в исходном изображении выделяются блоки размером  $n \times n$ , что соответствует разбиению коэффициентов вейвлет-спектра на множества, базисные функции которых локализованы в указанных областях оригинального изображения (см. рис. 4.)

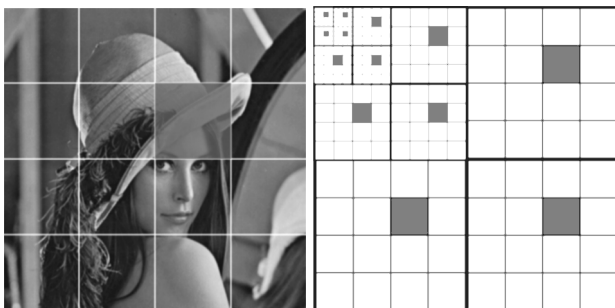


Рис. 4. Разбиение оригинального изображения и соответствие коэффициентов спектра выделенной области на изображении

Обозначим соответствующие каждому  $i$ -му блоку пикселей оригинального изображения блоки коэффициентов спектра двух самых высокочастотных уровней ДВП (первый или второй уровень, см. рис. 1):  $S_{i,T2}$  и  $S_{i,T1}$ , где  $i$  – индекс блока в исходном изображении,  $T1, T2$  – тип вейвлет-саббэндов:  $T1 \in \{HL_1, HH_1, LH_1\}$ ,  $T1 \in \{HL_1, HH_1, LH_1\}$ . После выполнения процедуры поиска оптимального по критерию (1) базиса для оче-

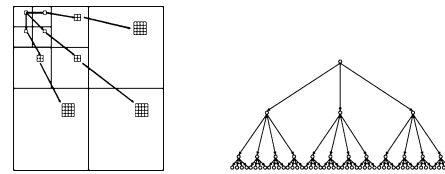


Рис. 2. Структура связей «родитель-потомки» между базисными функциями вейвлет-спектра на примеретрёхуровневого преобразования

редного блока оригинального изображения формируются три ключа, определяющие способ фильтрации блоков коэффициентов в первых двух уровнях ДВП спектра. Будем обозначать эти ключи { $k_{HH}$ ,  $k_{HL}$ ,  $k_{LH}$ }. Фильтрация блоков при этом осуществляется парой фильтров декомпозиции по трём возможным шаблонам декомпозиции, определяемым рис. 5. Предлагаемые шаблоны позволяют полностью избежать «конфликта родительских и дочерних коэффициентов» (parentingconflict) [5] (этот конфликт возникает тогда, когда область носителя функции-потомка превышает и выходит за область носителя функции-родителя).

Возможность выбора базиса влечёт дополнительные битовые затраты на кодирование типа его структуры. Выбор только трёх шаблонов блочной декомпозиции сокращает объем дополнительных вычислений, необходимых для оценки эффективности (по критерию (1) анализируемого базиса, а также влечёт меньшие битовые затраты на кодирование типа выбранного итогового базиса. С целью уменьшения затрат на кодирование дополнительной информации о типе используемого базиса три ключа { $k_{HH}$ ,  $k_{HL}$ ,  $k_{LH}$ }, которые оказываются достаточно сильно коррелированными, объединяются в один символ алфавита  $K = k_{HH}k_{HL}k_{LH}$ , который затем сжимается адаптивным арифметическим кодером. Соответствующий алфавит символов состоит из  $3 \times 3 \times 3 = 27$  символов.

Таким образом, для каждого блока изображения в области вейвлет-преобразования предлагается использовать 27 типов базисов.

Для реализации алгоритма компрессии изображения необходимо определиться с размером фрагмента изображения, соответствующего разбиению в области вейвлет-спектра, схема которого приведена на рис. 4. На выбор размера блока обработки оказывают влияние два находящихся в противоречии фактора. С одной стороны, для учёта локальных особенностей изображения блоки должны быть как можно меньшего размера, чтобы иметь возможность более точной адаптации к локальным структурным особенностям изображения. С другой стороны, уменьшение размера блока приводит к росту дополнительных битовых затрат на кодирование базисов большего числа блоков изображения. Поэтому нужен некоторый компромисс между геометрическими размерами блоков и объёмом дополнительной информации. В наших экспериментах использовались квадратные блоки, соответствующие области  $64 \times 64$  пикселя в области оригинального изображения.

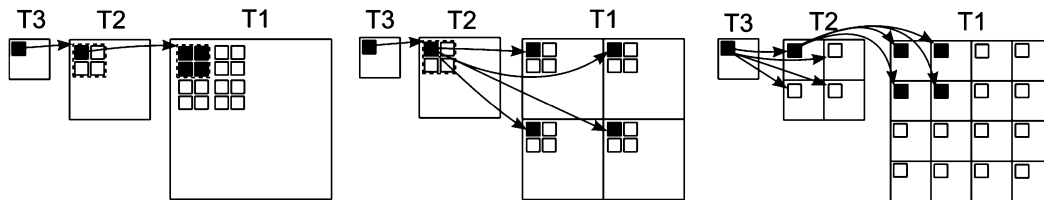


Рис. 5. Схема трёх шаблонов блочной декомпозиции и структура связей родитель-потомки внутри блоков, где блок,  $T1 \in \{HL_1, NH_1, LH_1\}$ ,  $T2 \in \{HL_2, NH_2, LH_2\}$ ,  $T3 \in \{HL_3, NH_3, LH_3\}$

Следующим шагом рассматриваемого алгоритма является квантование. В качестве процедуры квантования была выбрана та же схема скалярного квантования с мёртвой зоной [6], которая применяется в JPEG2000 [7]. Безусловным плюсом такой схемы является простота ее вычислительной реализации (более эффективным, с точки зрения достигаемого уровня сжатия, может стать использование вычислительно более сложных способов квантования с учётом статистических зависимостей внутри саббэнда). В работе [6] было показано, что функция зависимости качества восстановленного изображения от ширины мёртвой зоны имеет экстремум при ширине зоны, равной 1.9 величины дискрета квантования  $q$ . Почти такой же результат показывает ширина мёртвой зоны, равная  $2.0 \cdot q$ . С точки зрения аппаратной и программной реализации использование целочисленного значения ширины мёртвой зоны более предпочтительно, тем более что проигрыш в качестве восстановленного изображения при этом минимален. Поэтому в предлагаемой схеме компрессии ширина мёртвой зоны была выбрана равной  $2q$ . После квантования для сжатия полученных коэффициентов вейвлет-спектра используется многомодельное адаптивное арифметическое кодирование. Хорошо известен тот факт, что НЧ-саббэнды имеют большую дисперсию значений вейвлет-коэффициентов, а ВЧ-саббэнды – меньшую дисперсию [8]. Для разделения статистик коэффициентов в разработанном кодеке используется несколько (четыре) статистических модели-гистограммы для кодирования коэффициентов-трансформант: одна модель – для сжатия самого низкочастотного  $LL_4$  саббэнда и три других – для кодирования остальной части коэффициентов вейвлет-спектра. Все модели являются адаптивными, т.е. подстраивают используемую при кодировании гистограмму распределения вероятностей символов в соответствии с частотами их появления в обработанных данных. Модель с номером  $M=0$  используется для кодирования коэффициентов при масштабированных функциях, лежащих в саббэнде  $LL_4$ . Кодированию при этом подвергается величина  $V$ , равная разности текущего обрабатываемого коэффициента  $X$  и взвешенной суммы его четырёх соседей

$$V = X - \left( A + C - \frac{B + D}{2} \right), \quad (2)$$

где  $A, B, C, D$  – соседние, уже закодированные коэффициенты, расположение которых показано на рис. 6.

Другие три статистических модели используются для кодирования саббэндов 1-12 (рис. 7). Порядок обработки саббэндов соответствует их нумерации на рис. 7. Сначала кодированию подвергаются коэффициенты, принад-

лежащие саббэнду  $LL_4$ . Далее сжатие последовательно подвергаются саббэнды вейвлет-коэффициентов 1-12.

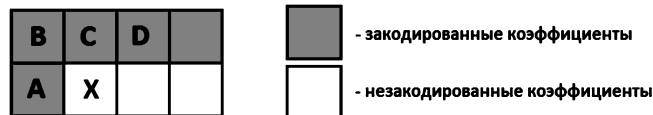


Рис. 6. Контекст для кодирования коэффициентов масштабированных функций

При кодировании текущий саббэнд обрабатывается поблочно, блок вейвлет-коэффициентов соответствует блоку выбранной размерности  $64 \times 64$  пикселя в изображении, см. рис. 4. Внутри блока в саббэнде коэффициенты обрабатываются построчно. Порядок обработки коэффициентов саббэнда, соответствующий построчному сканированию внутри блока и последовательному перебору блоков, отражен на рис. 7 на примере саббэнда  $NL_1$  сплошной ломаной линией.

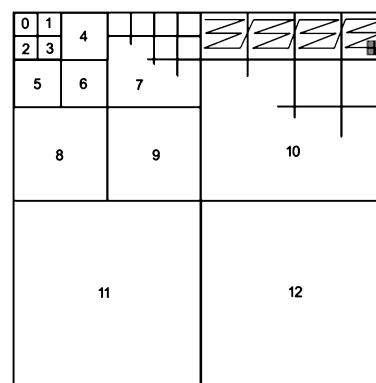


Рис. 7. Порядок обработки саббэндов при сжатии вейвлет-спектра

Для кодирования саббэндов 1-3 используется модель с номером  $M=1$ . При кодировании саббэндов 4-12 может быть использована любая из моделей  $M=1,2,3$ . Выбор модели  $M \in \{1,2,3\}$  для кодирования проквантованного коэффициента  $W_j$  из саббэндов 4-12 осуществляется на основании прогнозной величины  $S_j$ , построенной по эмпирической формуле из работы [9]:

$$S_j = 0.36P_i + 1.06(|W_{j_x}| + |W_{j_y}| + 0.4|W_{j_d}|), \quad (3)$$

где  $W_{j_x}$  – уже закодированный горизонтальный сосед,  $W_{j_y}$  – вертикальный сосед,  $W_{j_d}$  – диагональный (на рис. 7 обрабатываемый коэффициент обозначен чёрным цветом, а три используемых в (3) соседних коэффициента – серым);  $P_i$  – прогнозные вклады родительского коэффициента  $W_i$  и его соседей, лежащих в том же саббэнде [9]:



$$P_i = \frac{1}{16} (4|W_i| + 2 \sum_{m \in M_1} |W_m| + \sum_{m \in M_2} |W_m|). \quad (4)$$

Расположение коэффициентов  $W_m$  показано на рис. 8. Отметим, что вне зависимости от способа используемой нумерации вейвлет-коэффициентов в саббэндах индекс  $i$  уже обработанного ранее родительско-го коэффициента  $W_i$  однозначно определяется по значению индекса  $j$  текущего обрабатываемого вейвлет-коэффициента  $W_j$  схемами связей «родитель-потомки», отраженной на рис. 5.



Рис. 8. Расположение коэффициентов для построения прогноза  $P_i$

По значению прогнозной величины (3) номер статистической модели  $M \in \{1, 2, 3\}$  для кодирования проквантованных вейвлет-коэффициентов  $\{W_j\}$  из саббэндов 4-12 (рис. 7) определяется по следующему правилу:

$$M = \begin{cases} 1, & 0 \leq S_j < T_1; \\ 2, & T_1 \leq S_j < T_2; \\ 3, & T_2 \leq S_j. \end{cases}$$

Параметры  $T_1$  и  $T_2$  были определены эмпирически при тестировании алгоритма с целью минимизации битовых затрат при различных значениях параметра скалярного квантователя  $q$  на различных тестовых изображениях.

**Результаты экспериментов**

Для оценки характеристик предложенной схемы компрессии (рис. 3) использовались общепринятые показатели. Оценка качества восстановленного изображения проводилась при помощи пикового соотношения сигнал-шум (PSNR)

$$PSNR = 10 \lg \frac{255^2}{MSE} \text{ [дБ]}, \quad (5)$$

где средний квадрат ошибки (MSE, MeanSquareError) вычисляется по формуле

$$MSE = \frac{1}{MN} \sum_{i,j} (x_{i,j} - y_{i,j})^2. \quad (6)$$

В формуле (6):  $M$  и  $N$  - размеры изображения в пикселях (по горизонтали и вертикали),  $x_{i,j}$  - значение яркости пикселя исходного изображения,  $y_{i,j}$  - значение яркости пикселя восстановленного изображения. Изменяя значения дискреты квантования вейвлет-коэффициентов  $q$ , можно получить зависимость качества восстановленного изображения от битовых затрат на его кодирование. Битовые затраты выразим в битах на пиксель (bpp, bitsperpixel)

$$bpp = \frac{S}{MN}, \quad (7)$$

где  $S$  - общее число бит, необходимое на кодирование изображения.

В качестве кодека, с которым производилось сравнение, выступала реализация алгоритма JPEG2000 программного пакета ACDSee 14.0. Битовые затраты кодека JPEG2000 оценивались за вычетом размера заголовка jpeg-файла. Оценка битовых затрат предложенного кодека учитывала как сжатие собственно коэффициентов вейвлет-спектра, так и кодирование типа выбранного базиса блоков. Также было проведено сравнение с вариантом кодека с отключенным блоком выбора адаптивного базиса (классический базис, на рис. 10-12 соответствующая кривая помечена как *classic*). Тестирование проводилось на стандартных изображениях, таких как Lena, Barbara и Goldhill. На всех тестовых изображениях характеристики были схожи или выше у предложенного кодека. Так, на изображении Barbara выигрыш в PSNR достиг 0.3-0.5дБ. На рис. 9 показаны полученные варианты пакетных базисов для некоторых тестовых изображений. Рис. 10, 11 и 12 отображают полученные характеристики сжатия. Кривые, помеченные как *adaptive*, соответствуют предложенному пакетному кодеку.

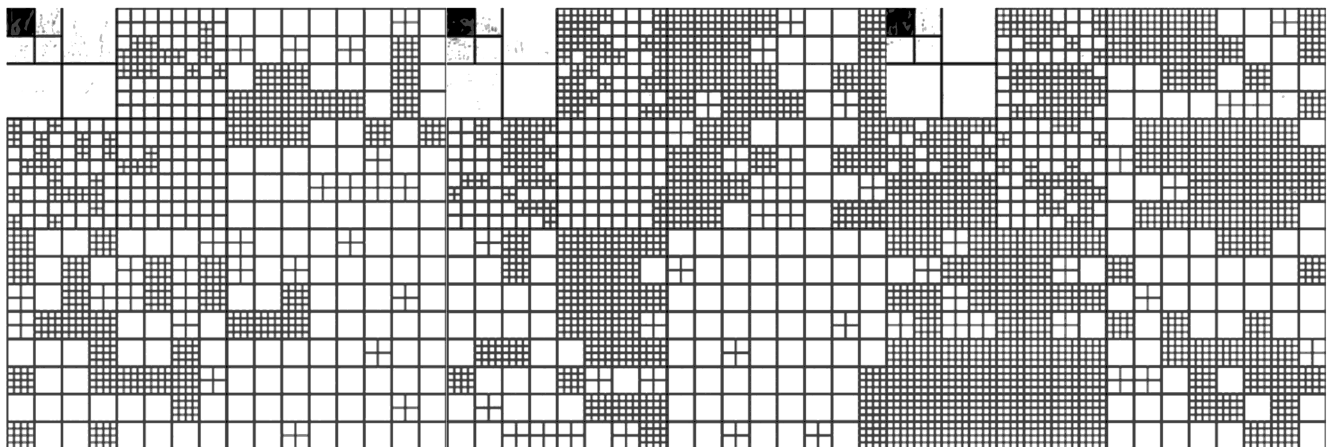


Рис. 9. Вид базиса, полученного адаптивнымкодеком при сжатии изображений. Слева-направо: Lena, Goldhill, Barbara

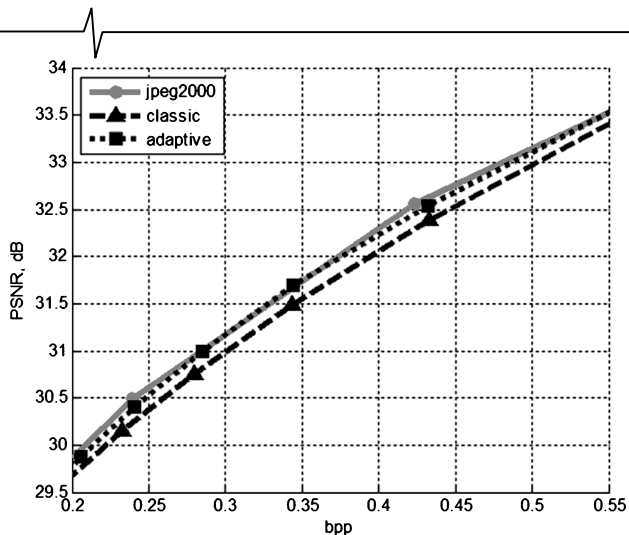


Рис. 10. График сравнения пикового соотношения сигнал-шум при сжатии изображения Goldhill

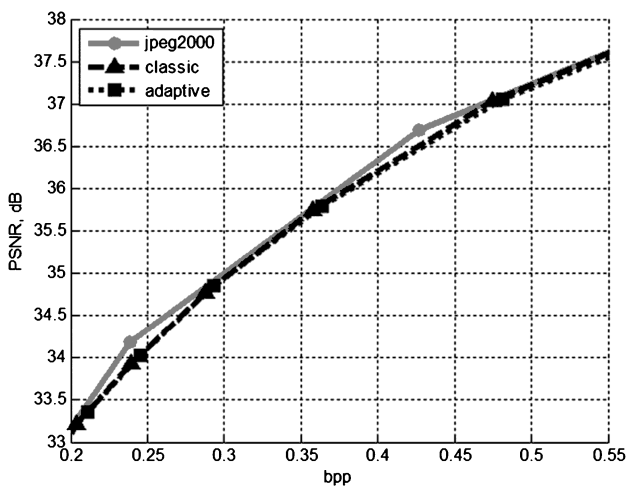


Рис. 11. График сравнения пикового соотношения сигнал-шум при сжатии изображения Lena

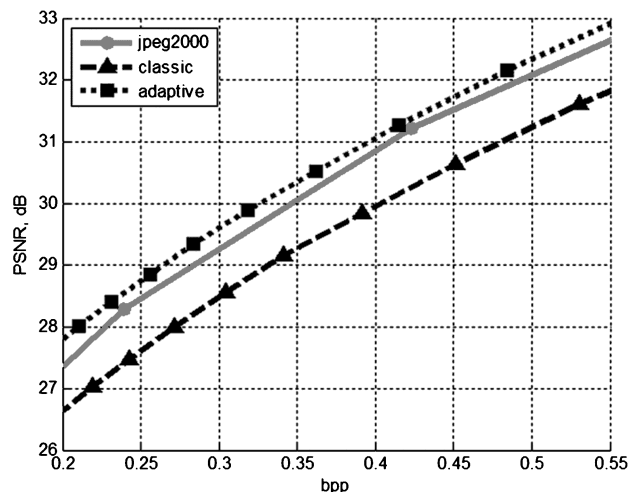


Рис. 12. График сравнения пикового соотношения сигнал-шум при сжатии изображения Barbara

## Выводы и направления дальнейших исследований

Описанная схема компрессии показывает высокие результаты и не уступает, а на некоторых изображениях

показывает до 7% лучшее сжатие при одинаковом (по PSNR) качестве восстановленного изображения, по сравнению с кодеком JPEG2000 программного пакета ACDSsee 14.0. Предложенная схема компрессии является универсальной и нацелена на сжатие любых фотографических изображений. Даже в неоптимизированной тестовой программной реализации время сжатия изображения 512x512 пикселей на компьютере с двухядерным процессором IntelCore 2 Duo 2.0 ГГц занимает около 100 миллисекунд, что позволяет использовать данный кодек для сжатия в реальном времени. В частности, предложенный кодек потенциально может быть использован для сжатия видеопоследовательностей на этапе внутрикадрового кодирования опорных и разностных кадров.

В дальнейшем необходимо уточнить значения весовых коэффициентов прогноза (3), т.к. в работе [9] они были получены для классической схемы вейвлет-разложения и нуждаются в уточнении для предложенных вариантов базисов. Также планируется изучить возможность увеличения числа шаблонов блочной декомпозиции. Кроме того, планируется исследовать и адаптировать для предложенной схемы компрессии раздельное кодирование знака и модуля [10] коэффициентов вейвлет-спектра.

Представляет также интерес изучение возможностей использования банков многополосных и, в частности, трехполосных КИХ-фильтров [11] для сжатия изображений. Для этого, прежде всего, необходим пересмотр и обобщение концепции упорядочивания вейвлет-структур в «деревья» (см. рис. 2) с последующим ее расширением на пакетные преобразования.

## Литература

1. Coifman R.R., Wickerhauser M.V. Entropy-based algorithms for best basis selection // IEEE Trans. Inform. Theory, Special Issue on Wavelet Transforms and Multires. Signal Anal. - Vol. 38. Mar. 1992, - pp. 713-718.
2. Guojin Liu, Xiaoping Zeng, Fengchun Tian, KadriChai-bou, ZanZheng. A novel direction-adaptive wavelet based image compression // International Journal of Electronics and Communications – Vol. 64, issue 6, 2010.
3. Su C.-K., Hsin H.-C., Lin S.-F. Wavelet tree classification and hybrid coding for image compression // IEEE Proc. Vision Image and Signal Processing – Vol. 152, issue 6, 2005, - p. 752.
4. Hong Pan, Li-Zuo, Xiao-Hui Yuan, Si-Yu Xia, Liang-Zheng Xia. Context-based embedded image compression using binary wavelet transform // Image and Vision Computing – Vol. 28, issue 6, 2010, –pp.991-1002.
5. Rajpoot M., Wilson G., Mayer G., Coifman R. Adaptive wavelet packet basis selection for zerotree Image coding // IEEE Trans. Image Proc. – Vol. 12. December 2003, – pp.1460-1471.
6. Strom J. Dead Zone Quantization in Wavelet Image Compression // Mini project in ECE 253a. 1993.
7. Taubman D., Marcellin M.W. JPEG2000 Image Compression Fundamentals, Standard and Practice. - Kluwer Academic Publishers, 2002.

8. Zou X., Perelman W.A. Lapped Orthogonal Transform Coding by Amplitude and Group Partitioning // Application of Digital Image Processing XXII, Proceedings of SPIE – Vol.3808. 1999. -pp.293-304.

9. Умняшкин С.В. Компрессия цифровых изображений на основе кодирования древовидных структур вейвлет-коэффициентов с прогнозированием статических моделей // Известия вузов. Электроника. - №5. – 2001. – с. 86-94.

10. Deever A., Hemami S. What's your sign? // Proc. Of Data Compression Conference, 2000. – pp. 273-282.

11. Дворкович В.П., Дворкович А.В. Расчёт банков фильтров дискретного вейвлет-преобразования и анализ их характеристик // Цифровая обработка сигналов. – № 2. – 2006.

## IMAGE COMPRESSION BASED ON BLOCK DECOMPOSITION IN THE WAVELET-PACKETS DOMAIN

*Umnyashkin S.V., Gizyatullin R.R.*

An algorithm of still image compression is proposed, which is based on wavelet packet transform. The compression algorithm uses a limited number of wavelet packet bases which are adjusted to the local spatial properties of the image processed. Experiments prove that the basis adjustment increases the peak signal-to-noise ratio (PSNR) up to 1 dB. The final performance of the proposed codec never shows the rate-distortion characteristics less than JPEG2000 standard has, an average improvement of 0,3-0,5 dB is observed.

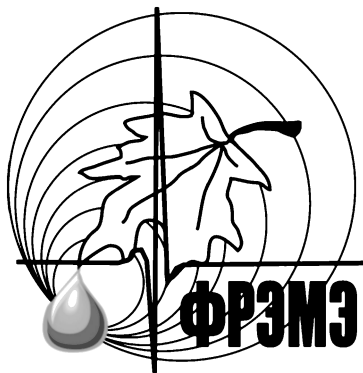
### ПРИГЛАШЕНИЕ

## XI Международная научная конференция «ФИЗИКА И РАДИОЭЛЕКТРОНИКА В МЕДИЦИНЕ И ЭКОЛОГИИ» ФРЭМЭ'2014

1-3 июля 2014 г.

ВЛАДИМИР – СУЗДАЛЬ, РОССИЯ

**Уважаемые коллеги!**



Министерство образования и науки РФ, Российское НТО РЭС им. А.С. Попова, Институт радиотехники и электроники имени В.А. Котельникова РАН, Институт космических исследований РАН, Департамент здравоохранения Администрации Владимирской области, Владимирский Государственный университет имени А.Г. и Н.Г. Столетовых, Московский Государственный Технический Университет им. Баумана, Фраунгоферовский институт интегральных схем (г. Эрланген, Германия), Университет Фридриха-Александра (г. Эрланген, Германия), Университет прикладных наук г. Иена (Германия) проводят **1-3 июля 2014 года XI Международную научно-техническую конференцию «Физика и радиоэлектроника в медицине и экологии» (ФРЭМЭ'2014)** с научной молодежной школой **«Интеллектуальные биометрические системы и технологии»**.

#### Председатель

**Гуляев Ю. В.**, академик РАН,  
директор Института радиотехники и электроники  
имени В.А. Котельникова, РАН, г. Москва

#### Сопредседатель

**Агаджанян Н. А.**, академик РАМН,  
профессор кафедры нормальной физиологии  
Российского университета дружбы народов, г. Москва

#### Тематические разделы конференции:

- |   |   |
|---|---|
| * Методы и средства диагностики и лечения заболеваний                     | * Биотехнические и медицинские аппараты, системы, комплексы                                 |
| * Биокibernетика и математическое моделирование                           | * Методы и средства диагностики природной среды   |
| * Биомеханика, проблемы коррекции и лечения опорно-двигательного аппарата | * Экология и здоровье человека  |
| * Новые информационные технологии в медицине и экологии                   | * Актуальные вопросы высшего образования в области биомедицинской и экологической инженерии |

#### Научная Молодежная Школа

#### «Интеллектуальные биометрические системы и технологии»

К участию в научной молодежной школе «Биометрические системы и технологии» приглашаются молодые научные сотрудники, аспиранты и студенты старших курсов научных и образовательных учреждений, работающие по ее тематике. Возраст участников не должен превышать 33 лет.

## МЕТОДЫ СЕЛЕКЦИИ КАДРОВОГО СИНХРОИМПУЛЬСА ДЛЯ ВВОДА НЕСЖАТОГО ВИДЕОПОТОКА ОТ ОДНОНАПРАВЛЕННОЙ ОДНОРАЗРЯДНОЙ ЦИФРОВОЙ ЛИНИИ И ИХ РЕАЛИЗАЦИЯ НА ПЛИС

Аминев Д.А., к.т.н., научный сотрудник ЗАО «МНИТИ»; e-mail: aminev.d.a@ya.ru;

Фокин А.Н., инженер 1 категории ЗАО «МНИТИ»; e-mail: fw@bk.ru

**Ключевые слова** кадровая селекция, синхроимпульс, цифровая линия, видеопоток, ПЛИС.

### Введение

Для передачи видеопотока в междоульных соединениях [1], особенно при удаленности модулей на расстоянии от нескольких метров и более часто применяется однонаправленная одnorазрядная цифровая линия, передающая электрический сигнал по стандартам LVTTTL либо LVDS.

Существует множество интерфейсов передачи высокоскоростного видеопотока, различающихся скоростью, количеством линий передачи данных и расстоянием. Среди однонаправленных видео интерфейсов наиболее распространенными являются SDI и CameraLink.

Интерфейс SDI [2] используется для передачи не-сжатых и не-кодированных цифровых видеосигналов в профессиональном телевизионном оборудовании. Передача потока данных 270 Мбит/с возможна на расстояние до 300 м по коаксиальному кабелю. Интерфейс является самосинхронизируемым. Кадровая синхронизация осуществляется специальным синхронизирующим пакетом данных. Временная диаграмма передачи данных показана на рис. 1.

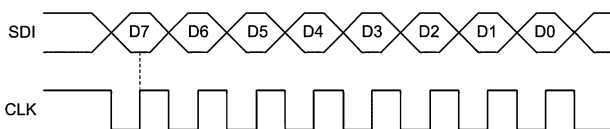


Рис. 1. Временные диаграммы передачи видеопотока по интерфейсу SDI

Как видно из диаграмм, видеопоток передается по однопроводной цифровой линии и сопровождается тактовым сигналом синхронизации.

Интерфейс CameraLink [3] разработан для высокоскоростных видеосистем, таких как камеры и фрейм-грабберы. Временные диаграммы передачи данных по этому интерфейсу представлены на рис. 2.

Отправитель получает 28 одиночных сигналов данных и один тактовый. 28 бит поданных на вход устройства превращаются в 7-битный последовательный код на 4 выходных шинах. Затем 4 потока данных и один тактовый поток отправляются по 5 парам LVDS. Получатель принимает 4 потока, «разворачивает» его в 28 бит и тактовый сигнал и передаёт по параллельной выходной шине на плату. Особенность метода заключается в том, что каждый информационный сигнал сопровож-

Исследованы проблемы кадровой селекции при передаче потоков видео данных в междоульных соединениях. Выведены формулы для расчета соотношений приемной и передающей частот и других параметров селектора. Предложены методы селекции кадрового синхроимпульса и варианты их реализации на ПЛИС. Приводятся фрагменты описания селектора на языке Verilog и временные диаграммы.

ждается двумя тактовыми сигналами и обеспечивает достоверность селекции кадрового синхроимпульса.

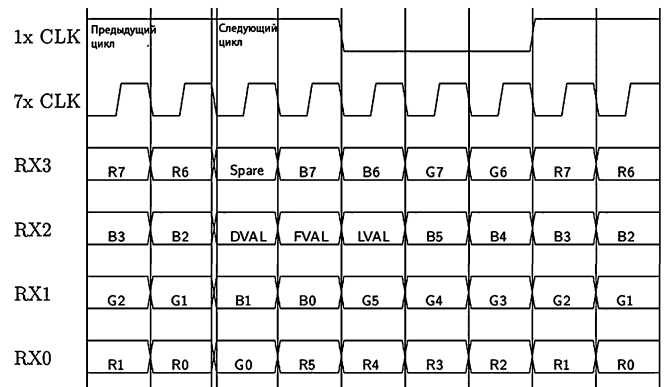


Рис. 2. Временные диаграммы передачи данных по интерфейсу CameraLink

Для регистрации [5, 6, 7] и дальнейшей обработки видео, передаваемых по однонаправленным линиям, необходима кадровая и строчная селекции. Устройство, определяющее метку начала кадра (и строки) и формирующее сигнал старта для последующих процессов обработки, называется кадровым селектором.

Обобщенная структура потока видео и схема селектора, построенного на ПЛИС, представлены на рис. 3.

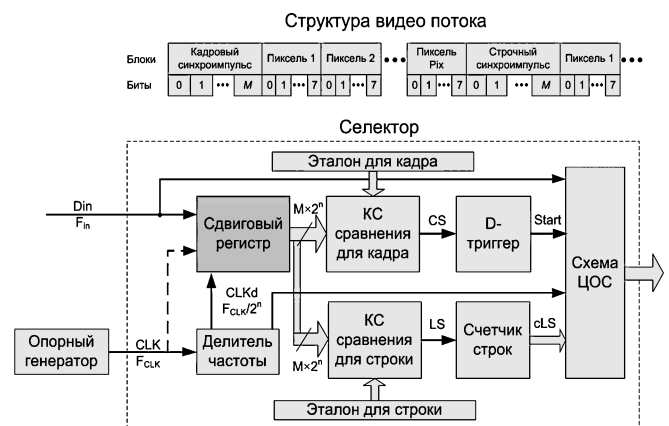


Рис. 3. Структура потока видео и схема селектора

Поток видео состоит из кадров. В каждом кадре можно выделить следующие блоки: кадровый синхроимпульс из  $M \times 2^n$  бит, биты пикселей, строчный синхроимпульс из LS бит. Затем последовательность повторяется до конечного числа строк.

Входной цифровой поток с частотой  $F_{in}$  от линии DV поступает на вход сдвигового регистра разрядностью  $M \times 2^n$  и тактовой частотой CLKd.

Опорный генератор формирует тактовый сигнал CLK частотой  $F_{CLK}$ . Делитель частоты выдает сигнал CLK с частотой  $F_{CLK}/2^n$ , где  $2^n$  – требуемая степень деления.

В идеальном случае  $F_{CLK}/2^n = F_{in}$ . Однако, учитывая погрешности частоты выпускаемых генераторов,  $F_{CLK}/2^n = k \times F_{in}$ , где  $k$  – коэффициент отклонения частоты генератора от номинального значения.

Комбинационная схема (КС) сравнения формирует импульс совпадения метки начала кадра или строки с эталоном, который преобразуется в сигнал запуска (CSt и LSt) последующих процессов обработки в схеме ЦОС с помощью D-триггера.

Так же следует учитывать обязательное условие работы селектора, то есть частота  $F_{gen}$  должна быть в  $2^n$  больше входной частоты  $F_{in}$ :

$$F_{CLK}/2^n = k \times F_{in}, \text{ где } n = 0, 1, 2, \dots \quad (1)$$

Таким образом каждый входной бит может кодироваться  $2^n$  битами в сдвиговом регистре, а коэффициент отклонения частоты  $k$  должен определяться выражением

$$\frac{M-1}{M} < k < \frac{M+1}{M} \quad (2)$$

При невыполнении этого условия число бит в метке кадра или строки не будет соответствовать  $M$  и селекция не сработает или сработает на иную кодовую комбинацию. Из выражения (2) можно вывести диапазон значений коэффициента отклонения частоты и набегающую задержку для любого количества битов.

В соответствие с выражениями (1) и (2) предлагается 4 метода селекции:

- селекция на частоте потока  $k \times F_{in}$ ;
- селекция на частоте  $k \times F_{in} \times 2^n$  в  $2^n$  раз большей частоты потока с жесткой привязкой к эталону (рис. 3);
- селекция на частоте  $k \times F_{in} \times 2^n$  в  $2^n$  раз большей частоты потока с гибкой привязкой к эталону;
- селекция на частоте  $k \times F_{in} \times 2^n$  в  $2^n$  раз большей

частоты потока с учетом формы и переходных процессов кадрового синхроимпульса. Сравнительные временные диаграммы процессов кадровой селекции для предлагаемых методов представлены на рис. 4.

Здесь кадровый синхроимпульс состоит из 32 битов и сопровождается тактовым сигналом CLKd. Кадровый синхроимпульс представляет собой последовательность из восьми «1», восьми «0», восьми «1», восьми «0».

В методе 1 частота селекции CLKd соответствует частоте  $F_{in}$  битового потока. При этом разрядность сдвигового регистра равна  $M$ .

В методе 2 частота селекции CLKd в  $2^n$  ( $n=2$ ) раз больше частоты потока, и сравнение с эталоном проводится на каждом такте. При этом разрядность сдвигового регистра равна  $M \times 2n$ .

В методе 3 частота селекции CLKd так же в  $2^n$  ( $n=2$ ) раз больше частоты потока, но сравнение каждого бита потока с эталоном проводится по соответствующим второму и третьему битам сдвигового регистра разрядностью  $M \times 2^n$ , первый и четвертый разряды не учитываются.

В методе 4 частота селекции CLKd такая же в  $2^n$  ( $n=2$ ) раз больше частоты потока, однако сравнение с эталоном проводится с учетом переходных процессов кадрового синхроимпульса (биты 7, 8, 15, 16, 23, 24 и 31).

Сравнительный анализ методов по числу переходных процессов и коэффициента отклонения частоты селекции иллюстрирует табл. 1.

Таблица 1. Результаты расчета коэффициента  $k$

Метод	Число переходных процессов	$k$
1	0	33/32=1,03125
2	1	129/128=1,0078125
3	32	130/128=1,015625
4	4	130/128=1,015625
Генератор FTX16	–	16МГц±30Гц=1,000001875

Принцип селекции кадра на частоте потока прост в реализации, но несмотря на высокий  $k$  имеет большую вероятность сбоя при несовпадении, как частоты, так и фазы сигнала. Селекция кадра на частоте  $2^n$  меньшей частоты потока с жесткой привязкой к эталону уже при  $n=2$  и более дает положительные результаты, однако метод ограничен коэффициентом отклонения частоты  $k$  формула (2).

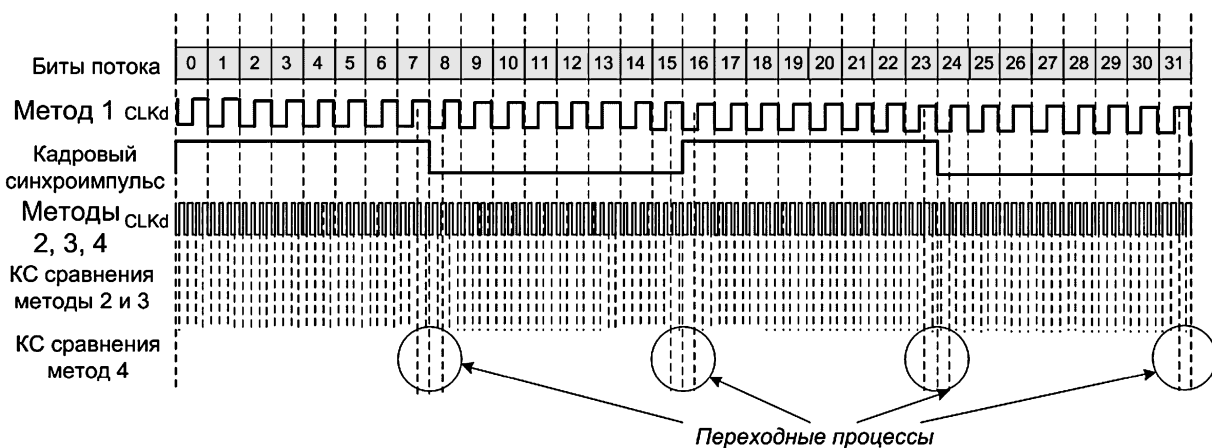


Рис. 4. Временные диаграммы процессов кадровой селекции для предлагаемых методов



Метод 4 исключает недостатки методов 1, 2, 3 по средствам отслеживания переходных процессов в синхроимпульсах и обеспечивает наибольшую вероятность селекции.

Таким образом, селекция кадра на частоте  $2^n$  меньшей частоты потока с гибкой привязкой к эталону имеет наибольшее отклонение частоты. Такой кадровый селектор реализован на ПЛИС FLEX10K компании Altera и успешно справляется с задачами кадровой и строчной селекции при передаче несжатого видео форматом 512x512.

### Литература

1. Аминев Д.А., Увайсов С.У. Анализ протоколов для передачи высокоскоростных потоков данных в межмодульных сетевых соединениях // В кн.: Информационные и коммуникационные технологии в образовании, науке и производстве. Труды VI Международной научно-практической конференции. В 2-х частях. Ч. II. г. Протвино, 2012. С. 198-201.
2. Altera Serial Digital Interface (SDI) MegaCore Function [http://www.altera.com/literature/ug/ug\\_sdi.pdf](http://www.altera.com/literature/ug/ug_sdi.pdf)
3. Specifications of the Camera Link Interface Standard for Digital Cameras and Frame Grabbers, Version 1.1 Automated Imaging Association, Jan 2004 <http://www.fastvideo.ru/info/cameralink/CameraLinkOfficial.pdf>
4. Аминев Д.А., Сорока Е.З. Универсальное устройство ввода однополярных и дифференциальных цифровых сигналов // Патент РФ на изобретение № 2440666, 20.01.2012г., приоритет изобретения от 05.07.2010 г.
5. Аминев Д.А., Увайсов С.У., Кондрашов А.В. Анализ технических достижений в решении проблемы реги-

страции информационных потоков. // Труды международной конференции «Проблемы охраны и защиты интеллектуальной собственности в различных отраслях промышленности, науки, образования и медицины в условиях вступления России в ВТО». – г. Тольятти. 2012.

6. Аминев Д.А., Кондрашов А.В. Анализ и классификация методов преобразования потоков цифровых данных для высокоскоростных систем обработки и регистрации // Системы и средства связи, телевидения и радиовещания. №1, 2, 2012, С. 37-41.

7. Аминев Д. А., Кондрашов А. В. Гармонизация российских стандартов передачи высокоскоростных информационных потоков // Цифровая обработка сигналов. 2013, № 2, С. 64-65.

8. Аминев Д. А. Реализация системы встраивания дополнительной информации при кодировании видеопотока MPEG-2 с использованием ПЛИС // Техника средств связи. Серия: Техника телевидения. 2011, № 1, С. 98-103.

### METHODS OF SELECTION OF PERSONNEL SYNC PULSE INPUT IN UNCOMPRESSED VIDEO STREAM FROM A UNIDIRECTIONAL SINGLE-BIT DIGITAL LINES AND THEIR IMPLEMENTATION ON FPGA

*Aminev D., Fokin A.*

The problems of personnel selection in the transmission of data flows in the inter-module connections is studied. Derived formulas for calculating the ratios of receiving and transmitting frequencies and others selector settings. The methods of personnel selection and their options for implementation on FPGA. Fragments of the descriptions on the Verilog language selector and timing diagrams.

## НОВЫЕ КНИГИ

*Джиган В.И.*

*Адаптивная фильтрация сигналов: теория и методы*  
Москва: Техносфера, 2013. – 528 с.



Рассматриваются основные разновидности адаптивных фильтров и их применение в радиотехнических системах и системах связи. Дается представление о математических объектах и методах, используемых в теории адаптивной фильтрации сигналов. Рассматриваются приемы получения вычислительных процедур, сами процедуры и свойства таких алгоритмов адаптивной фильтрации, как алгоритмы Ньютона и наискорейшего спуска, алгоритмы по критерию наименьших квадратов, рекурсивные алгоритмы по критерию наименьших квадратов и их быстрые (вычислительно эффективные) версии; рекурсивные алгоритмы для многоканальных фильтров и их версии для обработки нестационарных сигналов, а также многоканальные алгоритмы аффинных проекций. Дано описание стандартных и нестандартных приложений для моделирования адаптивных фильтров на современных языках программирования MATLAB, LabVIEW и SystemVue, а также реализаций адаптивных фильтров на современ-

ных цифровых сигнальных процессорах.

Особенностью книги является изложение теоретических материалов для наиболее общего случая – адаптивных фильтров с комплексными весовыми коэффициентами, наличие разделов по многоканальным адаптивным фильтрам и алгоритмам адаптивной фильтрации нестационарных сигналов.

Книга является первым систематическим изложением теории адаптивной фильтрации на русском языке.

Предназначена для научных работников, инженеров, аспирантов и студентов радиотехнических и связанных специальностей, изучающих и использующих на практике цифровую обработку сигналов.

## ВЫЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИИ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ ДЛЯ ПАССИВНОЙ ЛОКАЦИИ НА ПЛИС И ГРАФИЧЕСКОМ ПРОЦЕССОРЕ

Панкратов В.Г., к.т.н., ОАО «Лантан», г. Москва;

Карих А.А., ОАО «Лантан»;

Панфилов В.Н., ОАО «Лантан»;

Гуров А.Д., ОАО «Лантан»

**Ключевые слова:** функция неопределенности, пассивная локация, ПЛИС, графический процессор, алгоритм вычисления, сравнительная оценка.

### Введение

Пассивный локатор предназначен для определения координат объекта по его собственному излучению или по отраженным сигналам при облучении его внешним источником, например, сигналом от мощного ТВ передатчика или излучателя «подсвета». Основная обработка заключается в определении корреляционной функции и доплеровской фильтрации, т.е. в получении функции неопределенности (далее – ФН). При реализации ФН возникает трудность, связанная с большим объемом вычислений и двумерностью задачи при этом информация должна обрабатываться в реальном масштабе времени.

В настоящее время появились мощные вычислители, обладающие высокой производительностью. Такими устройствами являются программируемая логическая интегральная схема (далее – FPGA) и графический процессор (далее – GPU). Однако даже использование этих устройств напрямую не позволяет решить задачу с параметрами, приемлемыми для практического применения. В статье предложен метод решения задачи с помощью комбинации FPGA и GPU.

Представлен алгоритм расчета функции неопределенности на основе ПЛИС и графического процессора, рассмотрены ограничения на применение данного алгоритма, приводятся примеры расчета для различных сигналов, оцениваются практические затраты на реализацию.

### Алгоритм вычисления ФН

Согласно [1], [3] функция взаимной неопределенности  $\chi(\tau, \Phi)$  имеет вид:

$$\chi(\tau, \Phi) = \int_{-\infty}^{+\infty} u(t) \times v^*(t + \tau) \times e^{-j \times 2 \times \pi \times \Phi \times t} dt; \quad (1)$$

или

$$\chi(\tau, \Phi) = \int_{-\infty}^{+\infty} U(f) \times V^*(f + \Phi) \times e^{j \times 2 \times \pi \times f \times \tau} df; \quad (2)$$

где:  $t$  – время;  $\tau$  – время задержки;  $f$  – частота;  $\Phi$  – доплеровский сдвиг частоты;  $u(t)$  – прямой сигнал (опорный);  $v(t)$  – отраженный от объекта сигнал;  $j = \sqrt{-1}$ ;  $U(f)$  – спектр входного сигнала;  $V(f)$  – спектр сигнала отраженного от объекта; \* – знак комплексного сопряжения.

Функцию неопределенности  $\chi$  будем вычислять на интервале  $T_\chi (t_n \dots t_n + T_\chi)$ . Обозначения поясняются на рис. 1. Разобьем этот интервал на отрезки и вычислим корреляционную функцию  $R_n$  на каждом интервале  $(t_n + k \times \tau, t_n + k \times \tau + T_r)$ , как показано на рис. 1.

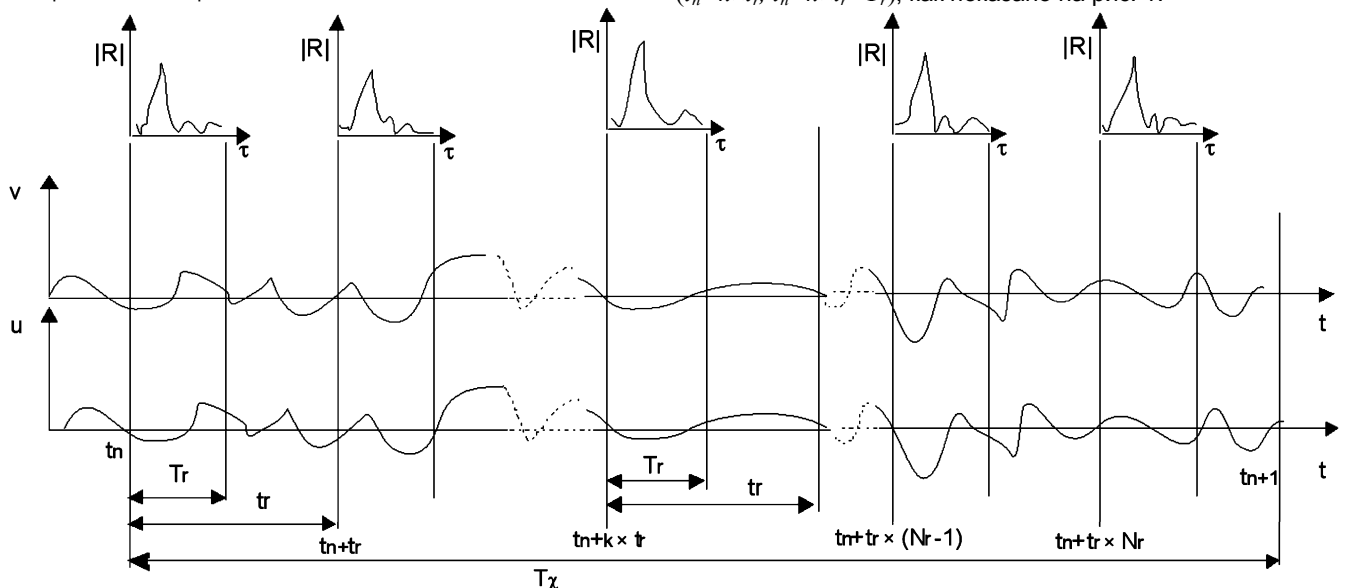


Рис. 1. Временная диаграмма для расчета функции неопределенности



Условные обозначения на рис. 1:

$T_\chi$  – интервал времени, на котором вычисляется ФН;

$T_r$  – интервал времени, на котором вычисляется корреляционная функция;

$t_r$  – период корреляционных функций;

$n$  – номер ФН;

$k$  – номер интервала времени, на котором вычисляется корреляционная функция;

$R$  – корреляционная функция;

$N_r$  – число корреляционных функций.

Причем интервалы не обязательно вплотную прилегают друг к другу. Между ними может быть временной промежуток. Это связано либо с ограниченными ресурсами FPGA или с особенностями обработки. Для вычисления ФН обычно используется библиотечное ядро БПФ. Вычисление БПФ в FPGA может производиться в нескольких режимах, выбор одного из которых связан ее с возможностями. В зависимости от производительности и объема FPGA для вычисления корреляционной функции можно использовать алгоритм конвейерного БПФ (в этом случае между интервалами нет промежутка) или алгоритм с минимальной загрузкой FPGA, когда для вычисления БПФ используются одни и те же элементы, а промежуточные результаты записываются в память. При этом возникает промежуток между интервалами, длительность которого может быть порядка нескольких интервалов вычисления корреляционной функции.

Представим ФН как сумму ФН для выбранных интервалов. Корреляционная функция вычисляется на интервалах от  $t_n+k \times t_r$  до  $t_n+k \times t_r+T_r$ :

$$\chi_{n,k}(\tau, \Phi) = \int_0^{T_r} u(t_n + t_r \times k + t) \times v^*(t_n + t_r \times k + t + \tau) \times e^{-j \times 2 \times \pi \times \Phi \times (t_n + t_r \times k + t)} dt;$$

Обозначим

$$u(t_n + t_r \times k + t) \times v^*(t_n + t_r \times k + t + \tau) \times e^{-j \times 2 \times \pi \times \Phi \times (t_n + t_r \times k + t)} = P(t_n + t_r \times k + t, \Phi);$$

$$\chi_{n,k}(\tau, \Phi) = \int_0^{T_r} P(t_n + t_r \times k + t, \Phi) dt;$$

Тогда

$$\chi_n(\tau, \Phi) = \int_0^{T_r} P(t_n + t_r \times 0 + t, \Phi) dt + \int_0^{T_r} P(t_n + t_r \times 1 + t, \Phi) dt + \dots + \int_0^{T_r} P(t_n + t_r \times N_r + t, \Phi) dt;$$

или

$$\chi_n(\tau, \Phi) = \sum_{k=0}^{N_r} \int_0^{T_r} P(t_n + t_r \times k + t, \Phi) dt;$$

Таким образом, ФН можно представить как сумму интегралов, каждый из которых является функцией неопределенности, вычисленной на отдельном интервале

времени от  $t_n+k \times t_r$  до  $t_n+k \times t_r+T_r$ :

$$\chi_n(\tau, \Phi) = \sum_{k=0}^{N_r} \int_0^{T_r} u(t_n + t_r \times k + t) \times v^*(t_n + t_r \times k + t + \tau) \times e^{-j \times 2 \times \pi \times \Phi \times (t_n + t_r \times k + t)} dt. \quad (3)$$

Обозначения поясняются на рис. 1.

В дискретном виде, при  $t = m \times \delta t$ ,  $\tau = p \times \delta t = \tau_p$ ,

$$\Phi = q \times \delta \Phi = \Phi_q, \quad \delta t = \frac{T_r}{N_\tau}, \quad \text{уравнение (3) принимает}$$

вид:

$$\chi(t_n, \tau_p, \Phi_q) = \frac{T_r}{N_\tau} \times \sum_{k=0}^{N_r} \sum_{m=0}^{N_\tau} u(t_n + t_r \times k + \delta t \times m) \times v^*(t_n + t_r \times k + \delta t \times m + \delta t \times p) \times e^{-j \times 2 \times \pi \times \delta \Phi \times q \times (t_n + t_r \times k + \delta t \times m)}; \quad (4)$$

или в более компактной форме:

$$\chi_{n,p,q} = \frac{T_r}{N_\tau} \times \sum_{k=0}^{N_r} \sum_{m=0}^{N_\tau} u_{n,k,m} \times v^*_{n,k,m+p} \times e^{-j \times 2 \times \pi \times \delta \Phi \times q \times (t_n + k \times t_r + \delta t \times m)};$$

где:  $N_\tau$  – число отсчетов, накапливаемых при вычислении корреляционной функции;  $N_\tau = T_r/\delta t$ ;  $N_r = T_r/t_r$ ;  $N_d$  – число отсчетов по доплеровской частоте;  $\Phi_q$  – доплеровская частота  $\Phi_q = \delta \Phi \times q$ ;  $\delta t$  – дискрет по времени;  $\delta \Phi$  – дискрет по доплеровской частоте;  $p$  – номер отсчета по задержке  $p=0 \dots N_\tau$ ;  $q$  – номер отсчета по доплеровской частоте  $q=0 \dots N_d$ .

Если изменение фазы сигнала с максимальной доплеровской частотой за время вычисления корреляционной функции много меньше  $\pi$ , т.е.  $\Phi_{max} \times t_r \ll \pi$  где  $\Phi_{max}$  – максимальная доплеровская частота, то ФН (4) упрощается и переходит в следующую форму:

$$\chi(t_n, \tau_p, \Phi_q) \approx \frac{T_r}{N_\tau} \times \sum_{k=0}^{N_r} e^{-j \times 2 \times \pi \times \delta \Phi \times q \times (t_n + t_r \times k)} \times \sum_{m=0}^{N_\tau} u(t_n + t_r \times k + \delta t \times m) \times v^*(t_n + t_r \times k + \delta t \times m + \delta t \times p).$$

В более компактном виде ФН можно представить в следующем виде:

$$\chi_{n,p,q} \approx \frac{T_r}{N_\tau} \times \sum_{k=0}^{N_r} e^{-j \times 2 \times \pi \times \delta \Phi \times q \times (t_n + k \times t_r)} \times$$

$$\begin{aligned} & \times \sum_{m=0}^{N_\tau} u_{n,k,m} \times v_{n,k,m+p}^* = \\ & = \sum_{k=0}^{N_r} e^{-j \times 2 \times \pi \times \delta \Phi \times q \times (t_n + k \times t_r)} \times R_{n,p,k}; \end{aligned}$$

где:  $R_{n,p,k}$  – значение корреляционной функции сигналов  $u(t)$  и  $v(t)$ , определенное на интервале  $(t_n + k \times t_r, t_n + k \times t_r + T_r)$  для задержки  $p$ :

$$R_{n,p,k} = \frac{T_r}{N_\tau} \times \sum_{m=0}^{N_\tau} u_{n,k,m} \times v_{n,k,m+p}^* ;$$

$\|R_{n,p,k}\| = \|R_n\|$  представляет матрицу, составленную из корреляционных функций. Столбец – корреляционная функция, вычисленная на интервале  $(t_n + k \times t_r, t_n + k \times t_r + T_r)$ . Строка составлена из элементов корреляционных функций с одинаковой задержкой ( $p$ ). Матрица предназначена для вычисления  $n$  – ой ФН.

В соответствии с теоремой Котельникова частота измерений корреляционной функции (частота отсчетов доплеровской частоты)  $f_r = \frac{1}{t_r}$  связана с максимальным значением доплеровской частоты соотношением

$$\Phi_{\max} = \frac{1}{2 \times t_r}, \text{ и дискретность по доплеровской частоте } \delta \Phi = \frac{2 \times \Phi_{\max}}{N_d} = \frac{1}{N_d \times t_r}.$$

Тогда

$$\begin{aligned} \chi_{n,p,q} & \approx e^{-j \times 2 \times \pi \times \delta \Phi \times q \times t_n} \times \\ & \times \sum_{k=0}^{N_r} e^{-j \times 2 \times \pi \times \frac{k \times q}{N_d}} \times R_{n,p,k}. \end{aligned} \quad (5)$$

Множитель  $e^{-j \times 2 \times \pi \times \delta \Phi \times q \times t_n}$  – является фазовым.

$$\text{Множитель } \sum_{k=0}^{N_r} e^{-j \times 2 \times \pi \times \frac{k \times q}{N_d}} \times R_{n,p,k} \text{ – является}$$

дискретным преобразованием Фурье для строки матрицы корреляционных функций [2].

Сформируем матрицу поворачивающих множителей

$$\|E\| = \|e_{k,q}\| = \left\| e^{-j \times 2 \times \pi \times \frac{k \times q}{N_d}} \right\|.$$

Тогда матрицу ФН можно вычислить через произведение матриц:  $\|\chi\| = \|R\| \times \|E\|$ .

Таким образом, последовательность вычислений следующая:

1) вычисляются корреляционные функции для последовательных интервалов времени. Эту операцию целесообразно производить на вычислителях обладающих максимальным быстродействием;

2) формируется матрица из корреляционных функций таким образом, чтобы элементы столбца представляли корреляционную функцию для одного интервала времени, а элементы строки составляли значения корреляционных функций для разных интервалов, но для одинаковых задержек.

Для сокращения количества операций вычисление корреляционной функции производится при использовании стандартного ядра БПФ через спектральное представление входных сигналов. При реализации корреляционной обработки на FPGA применялось конвейерное БПФ.

3) формируется матрица поворачивающих множителей, произведение которой с матрицей корреляционных функций даст матрицу ФН. При этом скалярное произведение вектора строки корреляционной матрицы на вектор столбец матрицы поворачивающих множителей дает элемент матрицы ФН;

4) вычисляется матрица ФН через произведение матриц корреляционных функций и матрицы поворачивающих множителей.

Блок-схема процесса вычисления ФН приведена на рис. 2.

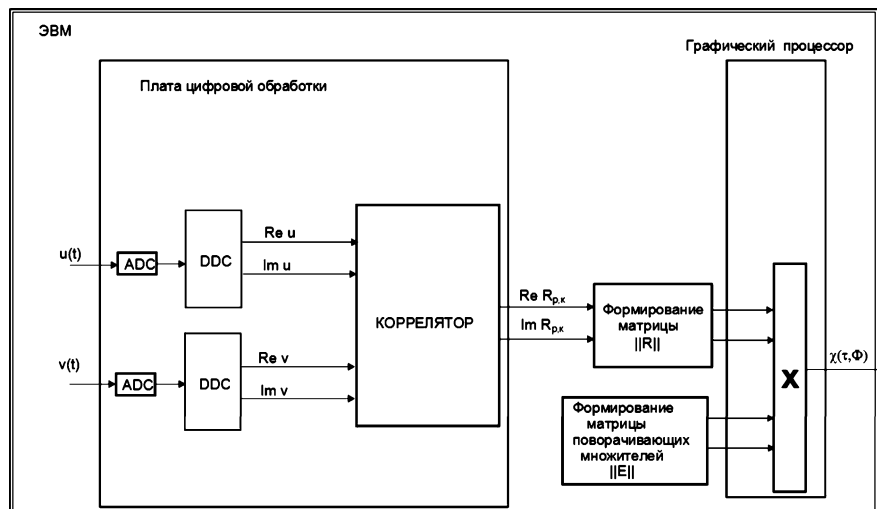


Рис. 2. Блок-схема вычисления функции неопределенности

Входные сигналы подаются на аналого-цифровые преобразователи (ADC), далее на блок формирования квадратурных сигналов и преобразования частоты (DDC), потом на коррелятор. Корреляционные функции для каждой выборки передаются на GPU ЭВМ, где формируется матрица, каждый столбец которой представляет корреляционную функцию для определенной выборки сигнала в момент времени  $t_n$ .

Полученная корреляционная матрица умножается на заранее сформированную матрицу поворачивающих множителей  $\|E\|$ . Далее вычисляется модуль каждого элемента матрицы  $\|\chi\|$  ФН.

Недостатком данного метода является наличие ограничений, связывающих максимальную доплеровскую частоту  $\Phi_{max}$  и диапазон задержек  $T_r$ :

$$\Phi_{max} < \frac{1}{2 \times T_r}.$$

Преодолеть это ограничение в значительной степени можно путем использования многоканальной обработки показанной на рис. 3.

Корреляционные функции вычисляются для выборок сигналов смещенных по времени на целое число периодов  $T_r$ . Полученные матрицы ФН объединяются в общую матрицу:

$$\|\chi_{\Sigma}(\tau, \Phi)\| = \begin{pmatrix} \chi_{N/2}(\tau, \Phi) \\ \chi_{N/2-1}(\tau, \Phi) \\ \dots \\ \chi_0(\tau, \Phi) \\ \dots \\ \chi_{-N/2+1}(\tau, \Phi) \\ \chi_{-N/2}(\tau, \Phi) \end{pmatrix}.$$

При этом диапазон задержек увеличивается в  $N$  раз.

**Ограничения на применение алгоритма**

Ключевым моментом в алгоритме является переход от выражения для расчета ФН по классической формуле (4) к приближенной формуле (5), которая позволяет разбить процесс вычислений на 2 последовательных этапа, а именно: 1 – вычисление корреляционных функций и 2 – вычисление дискретного преобразования Фурье для доплеровской фильтрации.

Ошибка возникает из-за того, что корреляционная функция вычисляется на интервале  $T_r$  без учета доплеровского сдвига частоты одного сигнала относительно другого. Это приводит к тому, что сигналы становятся несинхронными и при накоплении амплитуда корреляционной функции уменьшается. При этом фазовые соотношения между корреляционными функциями сохраняются.

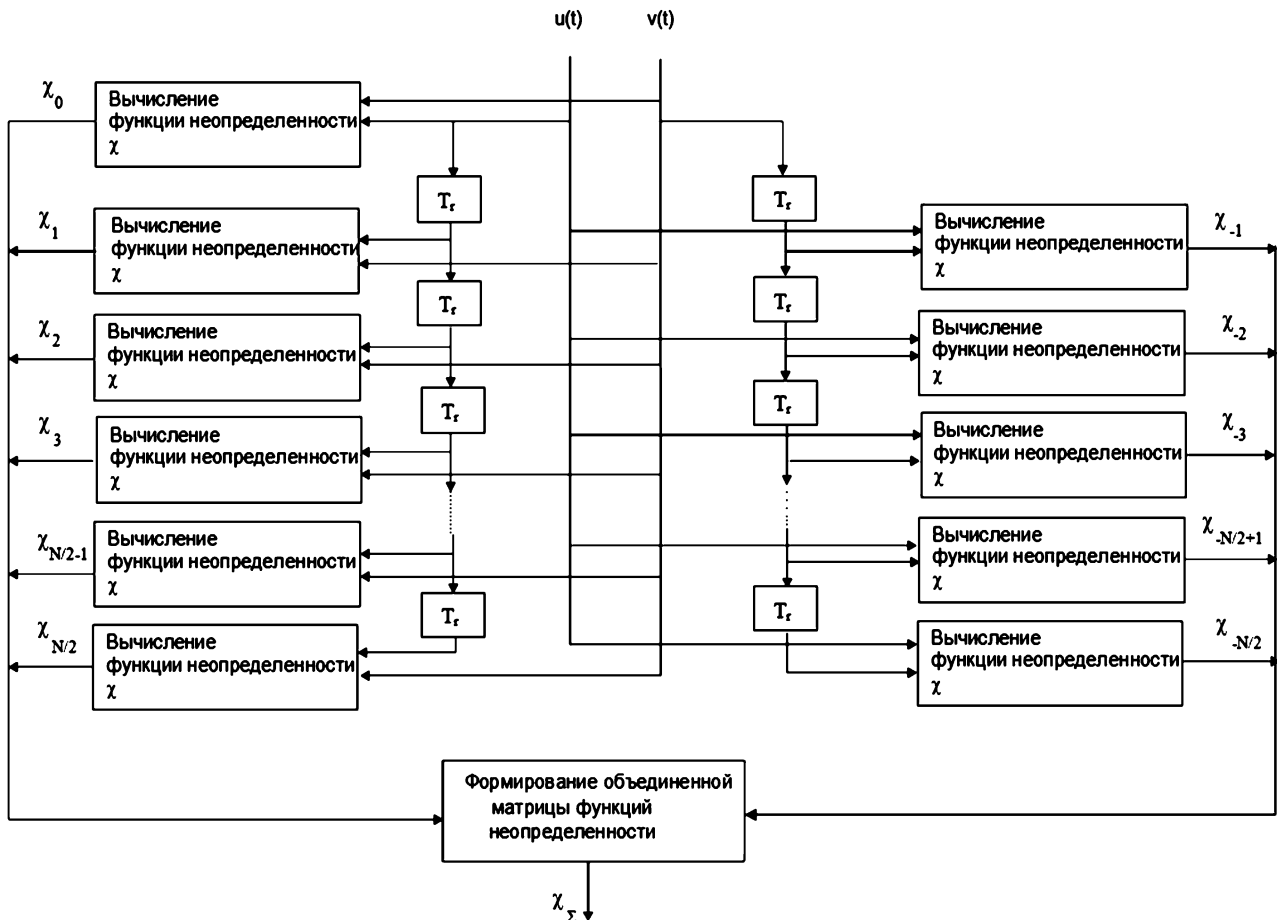
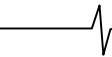


Рис.3. Блок-схема многоканальной схемы для вычисления функции неопределенности



Ошибка зависит от длительности сигнала и доплеровской частоты. Чем больше длительность и доплеровский сдвиг частоты, тем больше набег фаз, тем меньше амплитуда корреляционного пика.

Для подтверждения применимости алгоритма необходимо оценить погрешность, связанную с данным приближением. Для простоты рассчитаем, во сколько раз уменьшается амплитуда корреляционного пика при приеме сигналов с прямоугольной огибающей, длительностью равной времени накопления.

Пусть на вход коррелятора поступают прямоугольные импульсы с амплитудой  $A$ .

Импульсы имеют одинаковую амплитуду и время прихода, но несущая частота одного сигнала смещена на доплеровскую частоту –  $\Phi$ . Вычислим значение корреляционной функции. Оценку проведем для непрерывной системы обработки, поскольку для понимания физики это не принципиально.

$$R(\tau = 0, \Phi) = \int_{-T_r/2}^{T_r/2} |u(t)|^2 \times e^{-j2\pi \times \Phi \times t} dt =$$

$$= A^2 \times \int_{-T_r/2}^{T_r/2} e^{-j2\pi \times \Phi \times t} dt;$$

В итоге получим:

$$R(\tau = 0, \Phi) = A^2 \times T_r \times \frac{\sin(\pi \times \Phi \times T_r)}{\pi \times \Phi \times T_r}.$$

График зависимости амплитуды от фазового смещения за счет эффекта Доплера за время вычисления корреляционной функции приведен на рис. 4.

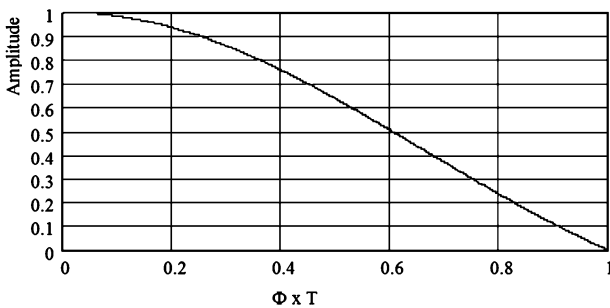


Рис. 4. Амплитуда корреляционной функции при наличии доплеровского смещения

Условные обозначения на рис. 4:

$\Phi$  – доплеровская частота;

$T$  – длительность сигнала.

Ошибка по амплитуде корреляционной функции можно оценить по приближенной формуле:

$$\delta R \approx \frac{(\pi \times \Phi_{\max} \times T_r)^2}{6}.$$

Оценим реальные параметры системы, в частности, максимальную доплеровскую частоту при следующих параметрах: скорость объекта – 300 м/с, несущая частота сигнала –  $10^9$  Гц, полоса сигнала – 10 МГц, тактовая частота – 30 МГц, число отсчетов корреляционной функции – 2048.

Получаем  $\Phi_{\max} = F_n \times 2 \times V/c = 2000$  Гц,  $T_r = 2048/30 \times 10^6 \approx 68 \times 10^{-6}$  с. При допустимой ошибке  $\delta R = 0,1$  система

может обрабатывать сигналы с максимальной доплеровской частотой:

$$\Phi_{\max} \approx \frac{\sqrt{6 \times \delta R}}{\pi \times T_r} \approx 3600 \text{ Гц}.$$

Таким образом, система с успехом может обрабатывать сигналы, отраженные от объектов, движущихся со скоростью звука на несущей частоте 1 ГГц с полосой 10 МГц, на интервале преобразования 68 мкс или на дистанции 20 км. Причем получить практически любое разрешение по доплеровской частоте.

Другой тонкий момент в алгоритме следующий: отсчеты по доплеровской частоте для элементов корреляционной функции с одинаковой задержкой дискретны и идут с периодом  $t_r$ . Поэтому здесь должны проявляться все эффекты, связанные с дискретизацией, а именно, периодичность спектра по доплеровской частоте и ограничение по максимальной доплеровской частоте в соответствии с

теоремой Котельникова:  $\Phi_{\max} < \frac{1}{2 \times t_r}$ .

Кроме этого ФН для сигналов с большой базой при учете влияния деформации сигнала должна удовлетворять следующему условию [2]:

$$T_{\chi} \times B \ll \frac{c}{2 \times V},$$

где:  $T_{\chi}$  – время накопления,  $B$  – полоса частот сигнала,  $c$  – скорость света,  $V$  – радиальная скорость.

#### Сравнительная оценка аппаратных затрат при вычислении ФН

Для примера возьмем следующие реальные исходные данные для пассивного лоатора:

- полоса сигнала – 5 МГц;
- диапазон задержек – 100 мкс (расстояние между приемными антеннами  $\approx 30$  км);
- максимальная доплеровская частота – 5 кГц (скорость  $\approx 1000$  м/с);
- выигрыш в отношении сигнал/шум – 40...50 дБ (число отсчетов  $N_T \approx 10^5$ ).

В соответствии с этими исходными данными определим параметры вычислителя для предложенного алгоритма:

– тактовая частота:  $F_r = 10$  МГц ( $\delta t = \frac{1}{F_r} = 0,1$  мкс);

– время накопления:  $T_{\chi} = N_T \times \delta t = 10^5 \times 0,1 \times 10^{-6} = 0,01$  с,

дискрет времени по отсчетам доплеровской частоты:

$$t_r = \frac{1}{2 \times \Phi_{\max}} = \frac{1}{2 \times 5 \times 10^3} \approx 100 \text{ мкс}.$$

Разрешение по доплеровской частоте:  $\delta \Phi = \frac{1}{T_{\chi}}$ . Число отсчетов по доплеровской частоте  $N_d = \frac{2 \times \Phi_{\max}}{\delta \Phi} =$

$$= \frac{2 \times 5 \times 10^3}{100} = 100. \text{ Возьмем ближайшее целое число}$$

кратное 2 в целой степени, т.е.  $N_d = 128$ .

Будем вычислять корреляционную функцию на интервале  $t_r$ . Число отсчетов по задержке  $N_\tau = \frac{t_r}{\delta t} = 1000$ .

Возьмем число кратное 2 в целой степени,  $N_\tau = 1024$ . При этом диапазон задержек – 102,4 мкс. Таким образом, интервалы, на которых вычисляются корреляционные функции, следуют друг за другом без паузы:  $T_r = t_r$ .

Оценим аппаратные затраты для вычисления ФН по предложенному алгоритму с использованием алгоритма БПФ. Чтобы можно было использовать БПФ для доплеровского анализа необходимо, чтобы число отсчетов во временной выборке было равно числу отсчетов по доплеровской частоте, т.е.  $N_d = N_r$ .

ФН вычисляется с помощью произведения матриц  $\| \chi \| = \| R \| \times \| E \|$  размерностью  $[N_\tau \times N_r] \times [N_r \times N_d] = [N_\tau \times N_d]$  и представляет собой:

$$\begin{bmatrix} R_{00} & R_{01} & \dots & R_{0N_r} \\ R_{10} & R_{11} & \dots & R_{1N_r} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ R_{N_\tau 0} & R_{N_\tau 1} & \dots & R_{N_\tau N_r} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} e^{-j \times 2 \times \pi \times \frac{0 \times 0}{N_d}} & e^{-j \times 2 \times \pi \times \frac{0 \times 1}{N_d}} & \dots & e^{-j \times 2 \times \pi \times \frac{0 \times N_d}{N_d}} \\ e^{-j \times 2 \times \pi \times \frac{1 \times 0}{N_d}} & e^{-j \times 2 \times \pi \times \frac{1 \times 1}{N_d}} & \dots & e^{-j \times 2 \times \pi \times \frac{1 \times N_d}{N_d}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ e^{-j \times 2 \times \pi \times \frac{N_r \times 0}{N_d}} & e^{-j \times 2 \times \pi \times \frac{N_r \times 1}{N_d}} & \dots & e^{-j \times 2 \times \pi \times \frac{N_r \times N_d}{N_d}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \chi_{00} & \chi_{01} & \dots & \chi_{0N_d} \\ \chi_{10} & \chi_{11} & \dots & \chi_{1N_d} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \chi_{N_\tau 0} & \chi_{N_\tau 1} & \dots & \chi_{N_\tau N_d} \end{bmatrix}$$

Элемент матрицы ФН представляет собой элемент преобразования Фурье от строки матрицы корреляционных функций и равен:

$$\chi_{p,q} \approx \sum_{k=0}^{N_r} R_{p,k} \times e^{-j \times 2 \times \pi \times \frac{k \times q}{N_d}}$$

где:  $R_{p,k} = \sum_{m=0}^{N_\tau} u_{k,m} \times v_{k,m+p}^*$  – значение корреляционной функции, вычисленное на  $k$ -ом интервале времени для задержки  $p$ ,  $p = 0 \dots N_\tau$ ,  $q = 0 \dots N_d$ .

В аппаратной реализации вычисление корреляционных функций производилось с помощью прямого и обратного преобразования Фурье. Число комплексных умножений при вычислении БПФ –  $N/2 \times \log_2 N$ . Для вычисления корреляционной функции надо выполнить два прямых преобразования Фурье, перемножить спектры и одно обратное преобразование. Общее число операций

комплексного умножения равно:

$$N_{FFT} = 3 \times \left[ \frac{N_\tau}{2} \times \log_2 N_\tau \right] + N_\tau$$

Для  $N_\tau=1024$  число операций комплексного умножения для вычисления одной корреляционной функции:

$$3 \times \left[ \frac{1024}{2} \times 10 \right] + 1024 = 16384$$

При количестве корреляционных функций – 128, общее число операций для формирования матрицы корреляционных функций:  $16384 \times 128 \approx 2 \times 10^6$ .

Доплеровский анализ выполняется с помощью БПФ. Для получения ФН необходимо сделать 1024 операций БПФ по 128 точек. Итого  $64 \times 7 \times 1024 \approx 5 \times 10^5$ .

Общее количество операций равно:  $5 \times 10^5 + 2 \times 10^6 = 2,5 \times 10^6$ .

Требуемая производительность вычислителя при расчете ФН по предложенному алгоритму равно:  $2,5 \times 10^8$  оп/с.

Проведем расчет количества операций при вычислении ФН по общей формуле с использованием БПФ. Возьмем те же исходные данные:  $T_\chi = 0,01$ с;  $N_T = 10^5$ ;  $N_\tau = 1024$ .

Для этого метода  $N_d = N_r$ . Значение  $N_T$  возьмем ближайшее число кратное 2, в целой степени:  $N_T = 131072$ .

После преобразования формулы (1) в дискретную форму, выражение для элемента матрицы ФН принимает вид:

$$\chi_{p,q} = \sum_{m=0}^{N_T} u_m \times v_{m+p}^* \times e^{-j \times 2 \times \pi \times \delta \Phi \times q \times \delta t \times m}$$

где  $u_m$  –  $m$  отсчеты прямого сигнала;  $v_{m+p}^*$  –  $m+p$  комплексно сопряженные отсчеты отраженного сигнала;  $\chi_{p,q}$  – элемент матрицы ФН.

При условии, что:  $\delta \Phi = \frac{1}{T_\chi}$  и  $\delta t = \frac{T_\chi}{N_T}$ , получаем

элемент матрицы ФН:

$$\chi_{p,q} = \sum_{m=0}^{N_T} u_m \times v_{m+p}^* \times e^{-j \times 2 \times \pi \times \frac{m \times q}{N_T}}$$

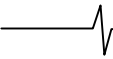
Выражение является преобразованием Фурье от выборки, составленной из произведений отсчетов входных сигналов и его можно вычислить с помощью алгоритма БПФ, если число доплеровских частот равно числу отсчетов по времени и равно 2 в целой степени.

Сформируем матрицу  $\| A \|$  с элементами из произведений отсчетов сигналов –  $\| A \| = \| a_{p,m} \|$ , где:  $a_{p,m} = u_m \times v_{m+p}^*$ ;  $m = q = 0 \dots N_T$ ;  $p = 0 \dots N_\tau$ .

Матрица поворачивающих множителей равна:

$$\| E \| = \| e_{m,q} \| = \left\| e^{-j \times 2 \times \pi \times \frac{m \times q}{N_T}} \right\|;$$

При использовании БПФ для вычисления ФН по общей формуле мы получаем отсчеты для доплеровской



частоты больше, чем  $\Phi_{\max}$ :  $\Phi = q \frac{2\Phi_{\max}}{N_d}$ , где:  $q = 0 \dots N_T$ ,

которые в дальнейшем не используются (избыточные отсчеты).

ФН вычисляется с помощью произведения матриц  $\|\chi\| = \|A\| \times \|E\|$ , размерностью  $[N_\tau \times N_T] \times [N_T \times N_T] = [N_\tau \times N_T]$  и представляет собой:

$$\begin{bmatrix} u_0 \times v_0^* & u_1 \times v_1^* & \dots & u_{N_T} \times v_{N_T}^* \\ u_0 \times v_1^* & u_1 \times v_2^* & \dots & u_{N_T} \times v_{N_T+1}^* \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ u_0 \times v_{N_\tau}^* & u_1 \times v_{N_\tau+1}^* & \dots & u_{N_T} \times v_{N_\tau+N_\tau}^* \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -j \times 2 \times \pi \times \frac{0 \times 0}{N_T} & -j \times 2 \times \pi \times \frac{0 \times 1}{N_T} & \dots & -j \times 2 \times \pi \times \frac{0 \times N_T}{N_T} \\ -j \times 2 \times \pi \times \frac{1 \times 0}{N_T} & -j \times 2 \times \pi \times \frac{1 \times 1}{N_T} & \dots & -j \times 2 \times \pi \times \frac{1 \times N_T}{N_T} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -j \times 2 \times \pi \times \frac{N_T \times 0}{N_T} & -j \times 2 \times \pi \times \frac{N_T \times 1}{N_T} & \dots & -j \times 2 \times \pi \times N_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \chi_{00} & \chi_{01} & \dots & \chi_{0N_T} \\ \chi_{10} & \chi_{11} & \dots & \chi_{1N_T} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \chi_{N_\tau 0} & \chi_{N_\tau 1} & \dots & \chi_{N_\tau N_T} \end{bmatrix}$$

Рассмотрим строку матрицы ФН. Можно заметить, что эта строка является результатом преобразования Фурье для строки матрицы произведений отсчетов сигналов с одинаковыми задержками (при фиксированном  $p$ ). Для вычисления преобразования Фурье используем алгоритм БПФ.

Матрица  $\|A\|$  содержит  $N_\tau \times N_T$  ( $1024 \times 131072$ ) элемента. Количество операций комплексных умножений для формирования матрицы произведений отсчетов равной:  $1024 \times 131072 \approx 1,3 \times 10^8$  операций. Для каждой строки матрицы выполняется БПФ. Число комплексных умножений для вычисления БПФ-  $N_T/2 \times \log_2 N_T$  [4]. Каждое БПФ -  $\frac{131072}{2} \times 17 \approx 1,1 \times 10^6$  операций. Всего

1024 строк. Общее количество операций для вычисления БПФ:  $1024 \times 1,1 \times 10^6 \approx 1,1 \times 10^9$  операций. Общее количество операций комплексного умножения:  $1,3 \times 10^8 + 1,1 \times 10^9 \approx 1,2 \times 10^9$ .

Требуемая производительность вычислителя при расчете ФН в реальном времени:  $1,2 \times 10^9 / 0,01 = 1,2 \times 10^{11}$  оп/с.

Оценим затраты, когда вычисления проводятся только для доплеровских частот:  $\Phi = q \frac{2\Phi_{\max}}{N_d}$ , где  $q = 0 \dots N_d$ .

В этом случае преобразование Фурье выполняется напрямую.

$$\chi_{p,q} = \sum_{m=0}^{N_T} u_m \times v_{m+p}^* \times e^{-j \times 2 \times \pi \times \frac{m \times q}{N_T}}$$

где:  $q = 0 \dots N_d$ ;  $m = 0 \dots N_T$ ;  $p = 0 \dots N_\tau$ .

В соответствие с формулой матричное уравнение принимает вид:

$$\begin{bmatrix} u_0 \times v_0^* & u_1 \times v_1^* & \dots & u_{N_T} \times v_{N_T}^* \\ u_0 \times v_1^* & u_1 \times v_2^* & \dots & u_{N_T} \times v_{N_T+1}^* \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ u_0 \times v_{N_\tau}^* & u_1 \times v_{N_\tau+1}^* & \dots & u_{N_T} \times v_{N_\tau+N_\tau}^* \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -j \times 2 \times \pi \times \frac{0 \times 0}{N_T} & -j \times 2 \times \pi \times \frac{0 \times 1}{N_T} & \dots & -j \times 2 \times \pi \times \frac{0 \times N_d}{N_T} \\ -j \times 2 \times \pi \times \frac{1 \times 0}{N_T} & -j \times 2 \times \pi \times \frac{1 \times 1}{N_T} & \dots & -j \times 2 \times \pi \times \frac{1 \times N_d}{N_T} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -j \times 2 \times \pi \times \frac{N_T \times 0}{N_T} & -j \times 2 \times \pi \times \frac{N_T \times 1}{N_T} & \dots & -j \times 2 \times \pi \times N_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \chi_{00} & \chi_{01} & \dots & \chi_{0N_d} \\ \chi_{10} & \chi_{11} & \dots & \chi_{1N_d} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \chi_{N_\tau 0} & \chi_{N_\tau 1} & \dots & \chi_{N_\tau N_d} \end{bmatrix}$$

Размерности матриц:  $[N_\tau \times N_T] \times [N_T \times N_d] = [N_\tau \times N_d]$ .

Количество комплексных умножений в матрице произведений -  $1024 \times 131072 \approx 1,3 \times 10^8$ . Количество умножений для вычисления одного элемента ФН через произведение матриц -  $N_T = 131072$ . Число элементов ФН -  $N_\tau \times N_d = 1024 \times 128 = 1,3 \times 10^5$ . Общее число операций:  $1,3 \times 10^8 + 131072 \times 1,3 \times 10^5 = 1,7 \times 10^{10}$ . Таким образом, общее количество комплексных умножений при использовании БПФ меньше, чем при вычислениях без БПФ несмотря на то, что размерность выходной матрицы меньше.

При расчете ФН по классической формуле производительность вычислителя должна быть примерно в 500 раз больше производительности вычислителя, использующего предложенный алгоритм (оценка проводилась относительно числа комплексных умножений). Это связано с использованием в предложенном алгоритме более эффективной структуры вычислений, а именно: для медленных процессов (доплеровской фильтрации) используется низкая частота тактирования и устраняется избыточность по числу операций. Максимальная доплеровская частота много меньше полосы частот сигнала и поэтому выигрыш определяется фактически отношением полосы частот сигнала и максимальной доплеровской частотой. Полоса сигнала может равняться десяткам мегагерц. Максимальный доплеровский сдвиг до 10 кГц. Выигрыш, примерно,  $10^3$  раз. Кроме этого необходимо учесть, что увеличение размера выборки приводит к более быстрому, чем линейное увеличению числа операций.

## Выбор элементной базы для реализации алгоритма

При технической реализации встает вопрос выбора элементной базы, на которой можно реализовать этот алгоритм. Существуют основные типы элементной базы для обработки сигналов: универсальный процессор (далее – CPU), сигнальный процессор (далее – DSP), FPGA и GPU.

**CPU** предназначены для решения сложных вычислительных задач в научных, инженерных, экономических областях и т.д., как правило, не в реальном времени и мало приспособлены для скоростной обработки радиосигналов.

CPU содержит многоядерные процессоры, выполняющих последовательно во времени команды над входными потоками данных. Производительность CPU ограничена ее архитектурой. Например, CPU типа Intel Core i5 2400 3,1 ГГц, 4 ядра имеет производительность около 50 ГФлоп.

Главная отличительная черта **DSP** – максимальная приспособленность к решению задач цифровой обработки сигналов. Это именно «специализированные» контроллеры, специализация которых заключается в такой архитектуре и системе команд, которые позволяли бы оптимально выполнять операции преобразования и фильтрации сигналов в режиме реального времени. Как правило, многие семейства DSP-процессоров ориентированы в основном на конкретные приложения. При вычислении, им характерен один поток данных и один поток команд, последовательно выполняемых ядром DSP.

Лучшие современные DSP имеют производительность порядка нескольких ГФлоп и тактовую частоту около 1 ГГц.

При наращивании производительности требуется организации сложной многоэтапной обработки и создания системы из нескольких DSP.

**FPGA** представляет собой большую интегральную микросхему матричного типа, позволяющую программным способом реализовать логические функции большой сложности. Физическое ограничение по быстродействию присущее всем традиционным архитектурам процессоров является последовательное выполнение команд. Архитектура FPGA дает возможность аппаратного распараллеливания вычислений. Программы работы FPGA представляют фактически структуру с работающими непрерывно блоками, сходную с электрической схемой устройства, выполняющего обработку сигнала в реальном времени. Вычисления выполняются в конвейерном режиме.

Преимуществами FPGA в средствах обработки сигналов являются: высокое быстродействие; возможность реализации сложных параллельных алгоритмов; наличие средств САПР, позволяющих провести полное моделирование и симулирование системы; наличие библиотек мегафункций, описывающих сложные алгоритмы; архитектурные особенности FPGA как нельзя лучше приспособлены для конвейерной реализации таких разных по типу операций, как фильтрация, преобразование сигналов по частоте, децимация, задержка, свертка и т.п.

Недостатком FPGA можно считать трудности связанные с обработкой больших массивов информации, требующей большого количества элементов FPGA, т.е ограниченное количество входных потоков данных.

**GPU** предназначена для скоростной и параллельной обработки массивов информации. GPU процессор устроен иначе, чем CPU. В них качество заменено количеством: вместо двух-четырех ядер графические чипы используют целые кластеры из множества потоковых процессоров. Например, в видеочипах NVIDIA основной блок – это мультипроцессор с восемью-десятью ядрами и сотнями ALU в целом, несколькими тысячами регистров и небольшим количеством разделяемой памяти. Если CPU исполняет 1-2 потока вычислений на одно процессорное ядро, то GPU могут поддерживать более тысячи потоков на каждый мультипроцессор, которых в процессоре несколько.

GPU процессоры используют общедоступную технологию CUDA, которая позволяет программировать на языке C++ и содержит библиотеки для выполнения векторно-матричных и БПФ операций. При современных объемах памяти на GPU можно умножать матрицы размером в миллионы элементов, и все данные будут размещены в глобальной памяти. Реально достигнутая производительность при этом будет достаточно высока, например GPU NVIDIA GeForce GTX 560 имеет производительность 1262 ГФлоп. Следует заметить, что такая производительность достигается за счет использования блочных алгоритмов умножения матриц, а классические прямые реализации оказываются на порядок медленнее.

Преобразование Фурье на GPU выполняются за время,

пропорциональное  $\frac{N}{2} \log_2 N$  [4], где  $N$  – число точек БПФ.

Алгоритм реализуется при помощи многопроходной схемы, где на каждом проходе применяется классическое ядро типа «бабочка». И хотя вычислительная сложность подобного ядра относительно невысока, GPU удается достичь на нем неплохих результатов. На первых этапах обработки весь массив умещается в статическую память, что позволяет собрать их в один проход и получить порядка 40 ГФлоп на GPU типа NVIDIA GeForce 8800GTX. В то же время GPU проигрывает там, где необходима последовательная обработка одного потока информации.

К сожалению, решить задачу расчета ФН на одном вычислителе довольно трудно.

Один из вариантов реализации предлагается авторами статьи: использовать комбинация FPGA для обработки сигналов, GPU для выполнения векторно-матричных операций и CPU для отображения и управления.

Техническая реализация выполнена с применением отладочной платы Development Kit-4 фирмы Nallatech ([www.nallatech.com](http://www.nallatech.com)) на основе FPGA серии Virtex-4 типа xc4vsx35 в конвейерном режиме с параметрами:

- выборки через: 1,56 мс.,
- тактовая частота: 30 МГц.,
- коэффициент децимации: 6,
- скорость передачи информации: 10-15 Мбит/с.

Вычисление ФН производилось с использованием видеокарты типа NVIDIA GeForce 8600GT с параметрами:

- время, затраченное на вычисление произведения комплексных матриц:  $[1024 \times 256] \times [256 \times 256] = [1024 \times 256] - 8$  мс;
- время, затраченное на вычисление модуля элементов матрицы: 160 мкс;
- пересылка информации: 4 мс.

**Примеры вычисления функции неопределенности**

Выборки корреляционной функции, полученные в FPGA для реальной и мнимой частей сигнала типа белый шум, представлены на рис. 5. Выборки сигнала вплотную примыкают друг к другу и наглядно видна модуляция амплитуды корреляционного пика с доплеровской частотой. Число отсчетов – 2048.

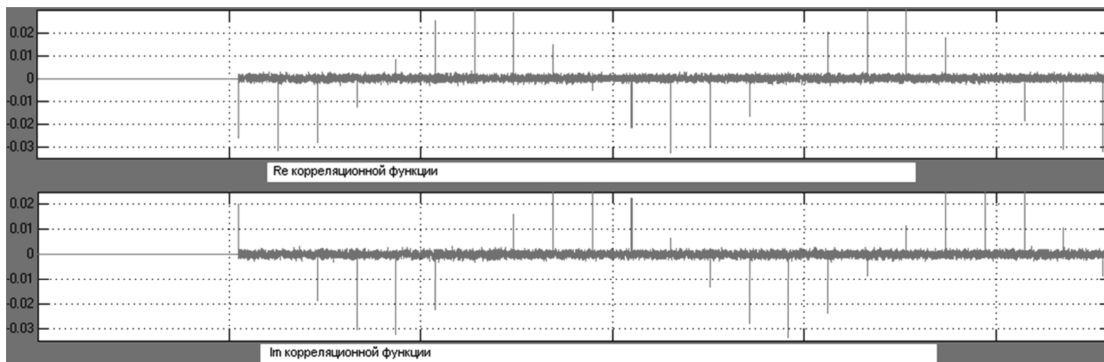


Рис. 5. Выборки корреляционных функций на выходе платы цифровой обработки

Результаты вычислений ФН предложенным методом представлены на рис. 6-9.

**Выигрыш в отношении сигнал/шум**

Выигрыш в отношении сигнал/шум пропорционален  $\sqrt{N_d}$  выборкам и разрешению по доплеровской частоте по отношению к простому коррелятору, т.к. увеличение разрешения по доплеровской частоте связано с увеличением времени анализа или накопления, следовательно, с увеличением энергии сигнала. На рис. 10 приводятся сечения ФН при фиксированной задержке для различного числа доплеровских частот ЛЧМ сигнала. Отношение сигнал/шум на входе устройства  $\approx -20$  дБ, длительность сигнала 900 отсчетов.

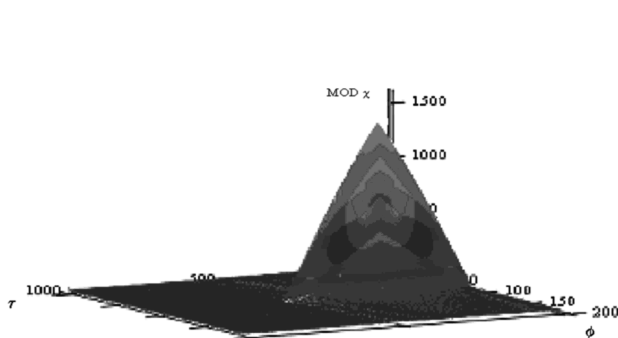


Рис. 6. Модуль ФН немодулированного импульса

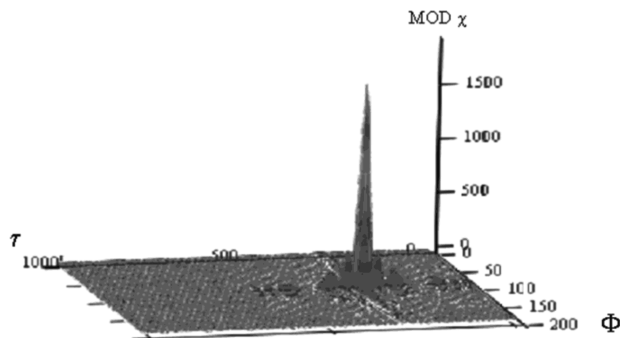


Рис. 7. Модуль ФН ЛЧМ импульса

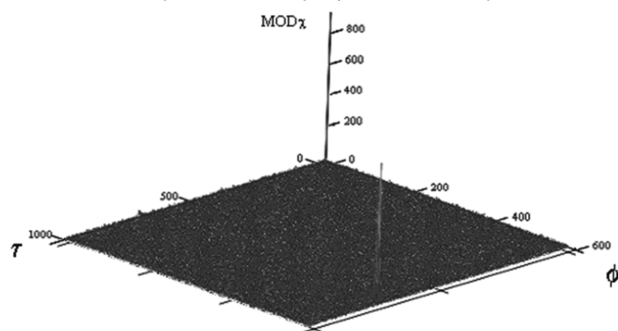


Рис. 8. Модуль ФН шумового сигнала

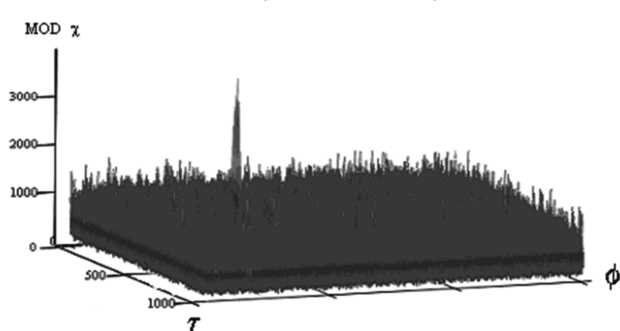
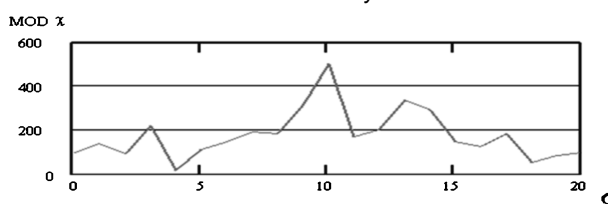
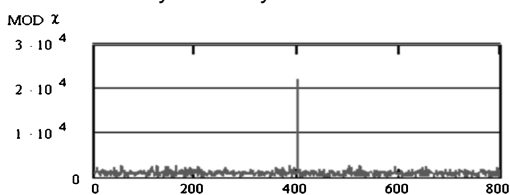


Рис. 9. Модуль ФН ЛЧМ сигнала



Число доплеровских частот (выборок) = 800. Число доплеровских частот (выборок) = 20.

Рис. 10. Сечение ФН по доплеровской частоте при фиксированной задержке импульсов



Для простого коррелятора без доплеровской фильтрации с числом отсчетов 1024 выигрыш в отношении сигнал/шум составил бы только 15 дБ, а с доплеровской фильтрации не менее 40...45 дБ.

#### Заключение

Использование приведенного алгоритма вычисления ФН позволяет существенно повысить качество обработки, улучшить отношение сигнал/шум и при этом выполнить обработку в реальном времени при минимальных аппаратных затратах за счет рационального алгоритма, исключая избыточные математические операции.

#### Литература

1. Сколник М. Основы радиолокации. Т. 1, – М., Сов. Радио, 1976.
2. Гоноровский И.С. Радиотехнические цепи и сигналы. М., Радио и связь, 1986.
3. Ширман Я.Д., Манжос Я.Д. Теория и техника обработки радиолокационной информации на фоне помех. М., Радио и связь, 1981.

4. Лайонс Р. Цифровая обработка сигналов. М., БИНОМ, 2007.

#### TO CALCULATE OF FUNCTION OF UNCERTAINTY FOR A PASSIVE LOCATOR ON FPGA AND THE GPU

*Pankratov V., Karih A., Panfilov V., Gyrov A.*

Article is devoted calculate of function of uncertainty for problems of a passive radar by means of the newest elements – FPGA and the GPU. The basic questions and problems, about which it is told in article:

- a) reception of function of uncertainty is one of the main tasks in a passive radar;
- b) the basic problem at reception of function of uncertainty in real time is great volume of calculations, to realise which became possible only with application of the newest elements;
- c) hardware realisation has been made on the FPGA and the GPU.



## SAMSUNG ELECTRONICS ПРИГЛАШАЕТ НА РАБОТУ ПРОГРАММИСТОВ, МАТЕМАТИКОВ, ИНЖЕНЕРОВ

Samsung Electronics Co., Ltd. – мировой лидер в разработке цифрового, телекоммуникационного и полупроводникового оборудования – приглашает на работу разработчиков, программистов и инженеров в исследовательские центры компании в Республике Корея (Южная Корея).

#### Особый интерес представляют специалисты следующих направлений:

- **Разработка алгоритмов и программного обеспечения для распознавания образов и анализа изображений** (Computer Vision, Image Recognition, Motion Recognition, Object Analysis, Image Processing, Set-Top Box);
- **Разработка алгоритмов и программного обеспечения для телекоммуникационных систем** (LTE / GSM / UMTS / WCDMA / Software, IP-Routing Software, PHY Software, Linux Kernel);
- **Разработка схемотехнических решений для систем беспроводной связи / проектирование электронных устройств на ПЛИС** (Modem, Circuit Design, Power Amplifier Design, Doherty Amplifier Design, ADC / DAC, Crest Factor Reduction [CFR], Digital Pre-Distorter [DPD], FPGA / CPLD);
- **Разработка мультимедийных и акустических систем** (Multimedia, Streaming, Acoustic Signal Processing, VoIP, VoLTE, Digital Signal Processing).

#### Требования к кандидатам:

- Образование: высшее / ученая степень кандидата технических / физико-математических наук в области разработки программного обеспечения, вычислительной техники, кибернетики, прикладной математики, а также телекоммуникационных и радиоэлектронных систем;
- Опыт работы: научная / исследовательская работа / прикладные разработки (**по одному из вышеперечисленных направлений**) НЕ МЕНЕЕ 3~5 ЛЕТ;
- Английский язык: хорошее владение английским языком (устным и письменным).

Дополнительная информация: <http://JOB.samsung.ru>

Электронная почта: [JobFair@samsung.com](mailto:JobFair@samsung.com)

## РЕАЛИЗАЦИЯ АЛГОРИТМА ВЫЧИСЛЕНИЯ ВЕСОВЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ МНОГОКАНАЛЬНОГО КОМПЕНСАТОРА АШП НА ЦИФРОВОМ СИГНАЛЬНОМ ПРОЦЕССОРЕ TS201S<sup>1</sup>

*Буров В.Н., аспирант кафедры «Информационные радиосистемы» Нижегородского государственного технического университета имени Р. Е. Алексеева, e-mail: mobius.petrol@gmail.com*

*Букварев Е.А., младший научный сотрудник кафедры «Информационные радиосистемы» Нижегородского государственного технического университета имени Р.Е. Алексеева, e-mail: bukvarrev@rambler.ru*

**Ключевые слова:** пространственная обработка сигналов, фазированная антенная решетка, активная шумовая помеха, автокомпенсатор, семейство процессоров TigerSHARC.

### Введение

Разработка алгоритмов пространственной обработки сигналов в радиолокационных системах (РЛС) с фазированными антенными решетками (ФАР) является важным этапом проектирования РЛС. Одной из задач пространственной обработки сигналов является компенсация активных шумовых помех (АШП).

Рассмотрим плоскую прямоугольную ФАР с эквидистантным расположением приемных элементов в каждой строке и эквидистантным размещением самих строк. Полагаем, что полотно ФАР ориентировано вертикально (или имеет небольшой наклон с целью исключения влияния подстилающей поверхности), а все строки параллельны азимутальной плоскости.

Из каждой строки ФАР, кроме последней, формируется один приемный канал с диаграммой направленности (ДН) в азимутальной плоскости. Назовем данный канал основным. Формирование ДН основного канала происходит в аналоговом виде до блока АЦП за счет взвешенного суммирования сигналов с приемных элементов. ДН для каждого из основных каналов в азимутальной плоскости имеет главный максимум в направлении приема полезного сигнала и побочные максимумы, на которые могут воздействовать постановщики АШП. Приемные элементы последней строки ФАР образуют компенсационные каналы, расположенные в азимутальной плоскости. При данном расположении компенсационных каналов существует возможность компенсации постановщиков АШП, действующих с различных азимутальных направлений на боковые лепестки ДН основных каналов.

В качестве адаптивных устройств защиты от АШП могут использоваться системы автокомпенсации, построенные либо на базе корреляционных автокомпенсаторов с обратными связями [1], либо с прямым методом формирования вектора весовых коэффициентов [2]. Автокомпенсаторы с прямым методом формирования весовых коэффициентов обладают преимуществами по сравнению с корреляционными автокомпенсаторами, а именно, они обладают большей стабильностью и имеют высокую скорость сходимости, мало зависящую от внеш-

*Предложен алгоритм вычисления вектора весовых коэффициентов в РЛС с фазированными антенными решетками при нестационарной помеховой обстановке. Приведены результаты математического моделирования. Оценена производительность программной реализации данного алгоритма на цифровом сигнальном процессоре TS-201S.*

них условий. К прямым алгоритмам относятся алгоритмы непосредственного обращения (метод НОМ) оценочной корреляционной матрицы (КМ) помехи, рекуррентного обращения выборочной КМ и алгоритм последовательной декорреляции помехи, основанный на процедуре ортогонализации Грама-Шмидта. В связи с успешным развитием быстродействующих средств вычислительной техники целесообразно реализовывать процедуру компенсации на цифровых вычислителях, таких как ПЛИС и цифровые сигнальные процессоры (ЦСП). Как показывает опыт, успешная реализация адаптивной пространственной обработки имеет место при одновременном использовании ПЛИС и ЦСП. В настоящее время в качестве быстродействующих ЦСП широко применяются процессоры семейства TigerSHARC. С целью получения эффективной реализации автокомпенсатора с применением ЦСП указанного семейства выбран прямой алгоритм формирования весовых коэффициентов – метод НОМ. Обозначим число основных каналов  $N$ , а число компенсационных каналов  $M$ . На рис. 1 приведена функциональная схема автокомпенсатора, основанного на методе НОМ. Оценивание КМ помехи («обучение») и операция взвешенного суммирования сигнала («компенсация») выполняются на ПЛИС в формате с фиксированной точкой. Алгоритм НОМ выполняется на ЦСП в формате с плавающей точкой.

Рассмотрим ситуацию, когда на боковые лепестки ДН основных каналов действует несколько фиксированных в пространстве постановщиков АШП, сигналы которых имеют стационарные гауссовские распределения. В режиме кругового обзора из-за вращения полотна ФАР

<sup>1</sup> Работа выполнена при поддержке Министерства образования и науки РФ в рамках договора № 02.G25.31.0061 от 12 февраля 2013 года (в соответствии с Постановлением Правительства Российской Федерации от 9 апреля 2010 г. № 218).

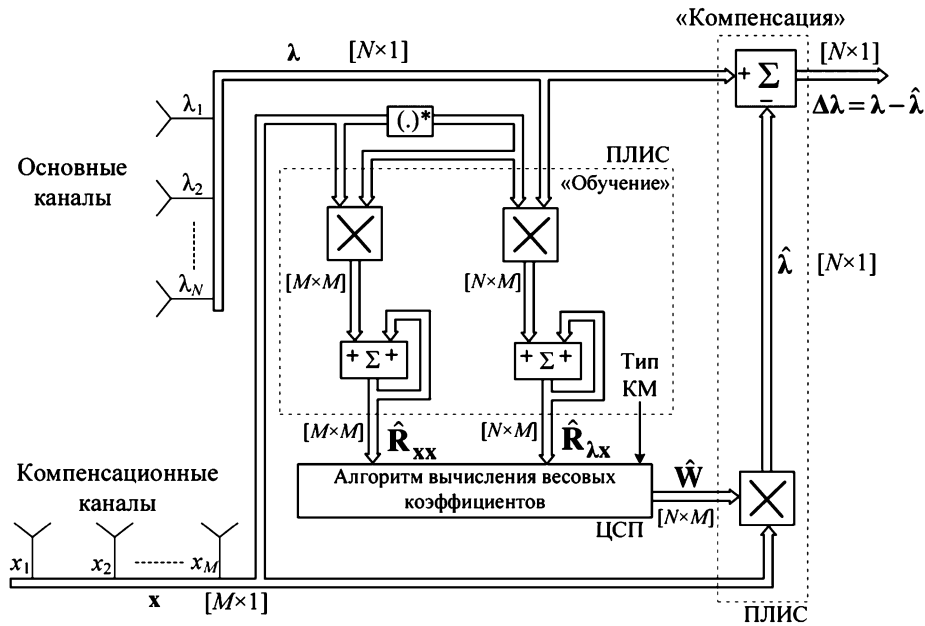


Рис. 1. Функциональная схема автокомпенсатора

угловые положения источников АШП изменяются со временем. Это приводит к постепенному ухудшению процедуры компенсации АШП в связи с устареванием весовых коэффициентов компенсации, поэтому их необходимо периодически пересчитывать. Регулярный, частый пересчет весовых коэффициентов с помощью метода НОМ не всегда приемлем с точки зрения практической реализации, т.к. метод НОМ обладает значительной вычислительной сложностью. Следует учесть, что помеховая обстановка также может включать в себя пассивные (ПП) и импульсные помехи (ИП), которые могут исказить оцениваемую КМ АШП в процессе «обучения» автокомпенсатора. В силу перечисленных причин помеховая обстановка является нестационарной.

Целью данной статьи является разработка алгоритма оценивания и обновления весовых коэффициентов компенсации АШП в режиме кругового обзора РЛС при наличии разного вида помех и измерение производительности предложенного алгоритма, реализованного на сигнальном процессоре TS-201S семейства TigerSHARC.

**Описание процедуры компенсации АШП**

Компенсация АШП осуществляется в каждом из основных каналов независимо и представляет собой процедуру вычитания  $M$  взвешенных сигналов компенсационных каналов из основного канала. При этом весовая сумма является оценкой значения активной помехи в данном канале, процесс получения которой осуществляется за три этапа.

На первом этапе производится оценивание КМ АШП. Пусть  $\lambda = [\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N]^T$  и  $x = [x_1, x_2, \dots, x_M]^T$  представляют собой результирующие векторы-столбцы АШП в основных и компенсационных каналах как на рис. 1. Полагая, что сигналы АШП имеют гауссовские распределения, оценки корреляционных матриц, оптимальные по критерию максимального правдоподобия, примут вид

$$\hat{R}_{\lambda x} = \sum_{l=1}^L \lambda(l)x^H(l), \quad \hat{R}_{xx} = \sum_{l=1}^L x(l)x^H(l), \quad (1)$$

где  $\hat{R}_{\lambda x}$  и  $\hat{R}_{xx}$  – оценки матриц взаимной корреляции векторов помехи в основных и компенсационных каналах и автокорреляционной матрицы вектора помехи в компенсационных каналах,  $\lambda(l)$  и  $x(l)$  – наблюдаемые в момент времени  $l$  реализации векторов  $\lambda$  и  $x$ ;  $L$  – объем обучающей выборки, удовлетворяющий условию репрезентативности  $L \geq M$ ,  $(*)^H$  – операция эрмитова сопряжения.

На втором этапе применяется метод НОМ. Вычисляется оценка матрицы весовых коэффициентов  $\hat{W}$  в соответствии с решением Винера-Хопфа [3]

$$\hat{W} = \hat{R}_{\lambda x} \hat{R}_{xx, \text{per}}^{-1}, \quad (2)$$

где  $\hat{R}_{xx, \text{per}}$  – регуляризованная КМ вида

$$\hat{R}_{xx, \text{per}} = \hat{R}_{xx} + \gamma E,$$

где  $E$  – единичная матрица,  $\gamma$  – весовой множитель единичной матрицы.

Регуляризация матрицы  $\hat{R}_{xx}$  проводится с целью уменьшения её обусловленности в том случае, когда число постановщиков АШП будет меньше числа компенсационных каналов. Значительная обусловленность  $\hat{R}_{xx}$  может привести к аномальным ошибкам при вычислении матрицы весовых коэффициентов по формуле (2).

На третьем этапе находится оценка результирующего вектора активной помехи в основных каналах

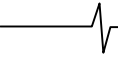
$$\hat{\lambda} = \hat{W}x$$

и вычитается из процессов в этих каналах

$$\Delta\lambda = \lambda - \hat{\lambda}.$$

Ключевой проблемой метода НОМ является реализация эффективного алгоритма обращения матрицы  $\hat{R}_{xx, \text{per}}$ .

Для количественной оценки качества подавления АШП введем понятие коэффициента компенсации АШП,



который запишем для первого основного канала в виде

$$K_{\text{ком,дБ}} = 20 \cdot \lg\left(\frac{\lambda_1}{\Delta\lambda_1}\right).$$

### Описание метода НОМ

Исходное матричное решение (2) метода НОМ можно разбить на группу из  $N$  независимых решений:

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{w}}_1 = \hat{\mathbf{r}}_1 \hat{\mathbf{R}}_{\text{xx,пер}}^{-1}; \\ \dots \\ \hat{\mathbf{w}}_N = \hat{\mathbf{r}}_N \hat{\mathbf{R}}_{\text{xx,пер}}^{-1}; \end{cases} \quad (3)$$

где  $\hat{\mathbf{r}}_N$  – вектор-столбец номера  $N$  из матрицы  $\hat{\mathbf{R}}_{\lambda\lambda}^H$ , имеющий размерность  $M \times 1$ ,  $\hat{\mathbf{w}}_N$  – вектор-столбец номера  $N$  из матрицы  $\hat{\mathbf{W}}^H$ , имеющий размерность  $M \times 1$ .

Рассмотрим одно из решений (3) и обозначим  $\hat{\mathbf{r}}_N$  как  $\mathbf{r}$ , а  $\hat{\mathbf{w}}_N$  как  $\mathbf{w}$ . Точное вычисление весового вектора  $\mathbf{w}$  можно получить, минуя процедуру явного обращения матрицы  $\hat{\mathbf{R}}_{\text{xx,пер}}$ , если использовать так называемый метод квадратных корней [4]. Регуляризованная КМ  $\hat{\mathbf{R}}_{\text{xx,пер}}$ , является эрмитовой и положительно определенной [4], для нее справедливо разложение Холецкого:

$$\hat{\mathbf{R}}_{\text{xx,пер}} = \mathbf{S}\mathbf{S}^H,$$

где  $\mathbf{S}$  – нижняя (левая) треугольная матрица [4] вида

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} s_{11} & 0 & \dots & 0 \\ s_{21} & s_{22} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ s_{M1} & s_{M2} & \dots & s_{MM} \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Первым действием метода квадратных корней является вычисление элементов вспомогательного вектора  $\mathbf{y}$  размерности  $M \times 1$  по формуле (5) в прямой последовательности следования индексов  $i = 1, 2, \dots, M$ :

$$y_i = \frac{r_i - \sum_{k=1}^{i-1} y_k s_{ik}}{s_{ii}}, \quad (5)$$

где  $r_i$  – элементы вектора  $\mathbf{r}$ ,  $s_{ii}$  – элементы матрицы (4).

Вторым действием вычисляются коэффициенты  $w_i$  в обратной последовательности следования индексов  $i = M, M-1, \dots, 1$ , в соответствии с

$$w_i = \frac{y_i - \sum_{k=1}^{M-i} s_{M-k+1,i}^* w_{M-k+1}}{s_{ii}}. \quad (6)$$

Получаемые по формулам (5) и (6) векторы  $\hat{\mathbf{w}}_N$  образуют матрицу весовых коэффициентов  $\hat{\mathbf{W}}^H$ , эрмитово-сопряженную (2), где вектор  $\hat{\mathbf{w}}_N$  является столбцом под номером  $N$  матрицы  $\hat{\mathbf{W}}^H$ . Метод квадратных корней значительно упрощает процедуру нахождения весовых векторов за счет исключения вычислительно сложной операции явного обращения КМ.

### Алгоритм вычисления весовых коэффициентов

В режиме кругового обзора, при вращении антенны, АШП становится нестационарной, и возникает необходимость в своевременном обновлении весовых коэффициентов. При этом частое применение метода НОМ является нежелательным из-за больших вычислительных затрат, а редкое, как правило, приводит к значительному ухудшению коэффициента компенсации АШП. Кроме того, вне зависимости от частоты применения метода НОМ, ввиду наличия в принимаемом сигнале кроме АШП помех других видов, возможно искажение оценки КМ, что также снижает коэффициент компенсации АШП.

С целью устранения упомянутых недостатков разработан алгоритм вычисления весовых коэффициентов, суть которого заключается в следующем. Выбирается средний темп применения метода НОМ, при котором обеспечиваются приемлемое значение коэффициента компенсации АШП и небольшие вычислительные затраты. В интервалах времени между пересчетами коэффициентов производится оценивание помеховой обстановки путем формирования нескольких оценок корректирующих КМ с более быстрым темпом следования, чем метод НОМ, в котором будут учитываться эти оценки.

В режиме обзора РЛС излучает последовательность зондирующих импульсов, обычно с переменным периодом следования (вобуляцией). Также в этой последовательности присутствуют защитные временные интервалы, в течение которых РЛС не излучает. Использование защитных временных интервалов позволяет получать оценки КМ в течении длительного времени обучения  $L$ , не искаженных при этом отраженным сигналом. Пусть значение  $L$  составляет 128 отсчетов комплексной огибающей принимаемого сигнала, что является реализуемым в большинстве практических случаев. Назовем оценки КМ, полученные на этом интервале опорными и обозначим как  $\hat{\mathbf{R}}_{\text{xx}}^{128}$  и  $\hat{\mathbf{R}}_{\lambda\lambda}^{128}$ .

На базе полученных оценок КМ АШП вычисляются весовые коэффициенты  $\mathbf{W}_1$  в соответствии с (2), которые будут использованы в процессе компенсации АШП в течение некоторого времени. На рис. 2 показан пример фрагмента последовательности зондирующих импульсов, схематично отмеченных треугольниками. Жирными прямоугольниками показаны отрезки времени, в течение которых происходит получение оценок КМ (обучение автокомпенсатора). Первый прямоугольник означает процесс оценивания опорных КМ АШП. Тонкими линиями показан сигнал АШП на выходе автокомпенсатора. Пунктиром обозначены сигналы ПП на входе автокомпенсатора.

В первом периоде зондирования на ФАР действуют только сигналы АШП, а в последующих периодах также и сигналы ПП. Как видно из рис. 2, сначала коэффициенты  $\mathbf{W}_1$  обеспечивают эффективную компенсацию АШП, затем, вследствие вращения антенны, наблюдается монотонное ухудшение компенсации. На десятом периоде зондирования коэффициенты  $\mathbf{W}_1$  уже не обеспечивают приемлемый уровень подавления АШП и их необходимо пересчитывать. Время, затрачиваемое процессором TS-201S на пересчет коэффициентов, на рис. 2 не учтено.

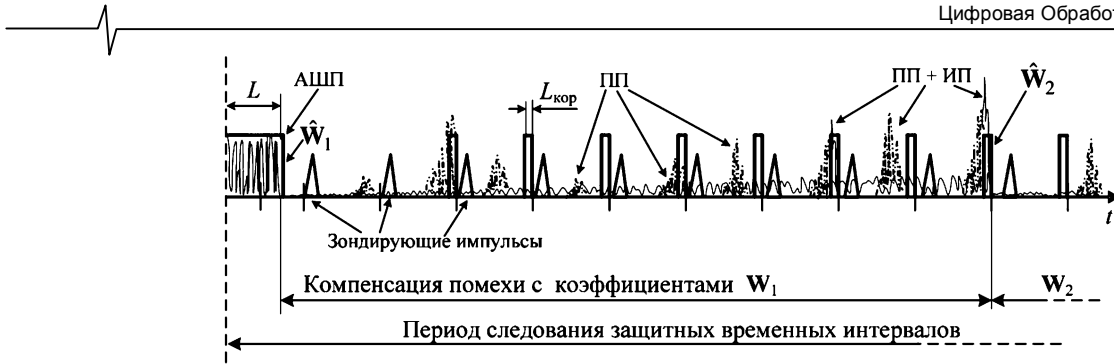


Рис. 2. Иллюстрация процедуры пересчета весовых коэффициентов

Получение оценки КМ в моменты, отличные от защитных временных интервалов, имеет ряд особенностей. Во-первых, длительность времени обучения в этом случае оказывается примерно на порядок меньше. Во-вторых, моменты начала интервалов обучения должны соответствовать максимально дальним дистанциям с целью уменьшения общего вклада ПП. В-третьих, эти моменты должны варьироваться от одного импульса зондирования к другому для исключения возможности искажения получаемых оценок удаленными целями. В данном случае оценивание помеховой обстановки в интервалах времени между очередными пересчетами весовых коэффициентов производится с помощью серий обучений автокомпенсатора на коротких интервалах усреднения ( $L_{кор} = 16$  отсчетов комплексной огибающей) с получением двух групп оценок корректирующих КМ  $\hat{R}_{xx1}^{16}, \hat{R}_{xx2}^{16}, \dots, \hat{R}_{xxP}^{16}$  и  $\hat{R}_{\lambda x1}^{16}, \hat{R}_{\lambda x2}^{16}, \dots, \hat{R}_{\lambda xP}^{16}$ , где  $P$  – число оценок корректирующих КМ. На рис. 2 узкими прямоугольниками, выделенными жирным цветом, обозначен процесс получения оценок корректирующих КМ. Полученные оценки затем усредняются в весовом сумматоре с получением одной корректирующей КМ, которая будет участвовать в обновлении оценок опорных КМ. Используя обновленные опорные КМ АШП, с помощью метода НОМ осуществляется пересчет весовых коэффициентов компенсации, которые затем считаются обновленными.

Для корректного обновления весовых коэффициентов необходимо из всех оценок корректирующих КМ выбрать только неискаженные оценки. С этой целью предлагается сравнивать оценки корректирующих КМ с соответствующей опорной КМ.

В качестве критерия сходства предлагается использовать некоторую величину  $\cos^2 \phi$ , определяемую из (7). Критерий сходства количественно отражает корреляционную взаимосвязь корректирующей и опорной КМ и принимает значения в диапазоне  $0 < \cos^2 \phi < 1$ :

$$\cos^2 \phi = \frac{(\mathbf{r}_{кор}, \mathbf{r}_{опор})^2}{\|\mathbf{r}_{кор}\|^2 \|\mathbf{r}_{опор}\|^2}, \quad (7)$$

где,  $\mathbf{r}_{кор}$  и  $\mathbf{r}_{опор}$  – векторы, являющиеся одномерными массивами, как показано на рис. 3,

$$(\mathbf{r}_{кор}, \mathbf{r}_{опор}) = \sum_{i=1}^{2MM} \mathbf{r}_{кор,i} \mathbf{r}_{опор,i}, \quad \|\mathbf{r}_{кор}\|^2 = \sum_{i=1}^{2MM} \mathbf{r}_{кор,i}^2,$$

$$\|\mathbf{r}_{опор}\|^2 = \sum_{i=1}^{2MM} \mathbf{r}_{опор,i}^2.$$

С учетом вида представления комплексных матриц

во внутренней памяти процессоров семейства TigerSHARC (см. рис. 3), предложенный критерий не требует предварительной подготовки исходных данных и может быть эффективно вычислен.

Опишем процедуру вычисления  $\cos^2 \phi_p$ . Пусть корректирующая КМ  $\hat{R}_{xxp}^{16}$  является одномерным массивом  $\mathbf{r}_{кор}$ . Поскольку оценка опорной КМ была получена накоплением  $L$  отсчетов комплексной огибающей, а оценка корректирующей КМ накоплением  $L_{кор}$  отсчетов, то опорная матрица в выражении для коэффициента сходства должна иметь нормировочный множитель, т.е. одномерный массив  $\mathbf{r}_{опор}$  соответствует матрице  $(L_{кор}/L) \hat{R}_{xx}^{128}$ .

В результате  $\cos^2 \phi_p = (\mathbf{r}_{кор}, \mathbf{r}_{опор})^2 / \|\mathbf{r}_{кор}\|^2 \|\mathbf{r}_{опор}\|^2$  в соответствии с (7).

По результатам сравнения вычисляется один и тот же для всех групп корректирующих КМ вектор  $\beta = [\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_P]^T$ , который назовем вектором коэффициентов значимости, определяющим порядок выбора нужных оценок корректирующих КМ, включая различные приоритеты для каждой оценки. При вычислении вектора коэффициентов значимости достаточно производить сравнение только одной группы КМ  $\hat{R}_{xx1}^{16}$ ,

$\hat{R}_{xx2}^{16}, \dots, \hat{R}_{xxP}^{16}$  и  $\hat{R}_{xx}^{128}$ . Рассмотрим факторы, влияющие на вектор коэффициентов значимости.

**Фактор последующей корректирующей КМ.** Считается, что значимость последующей корректирующей КМ будет больше, чем предыдущей. В качестве окна используется экспоненциальное взвешивание

$$w_{посл}(p) = \exp(ap),$$

где  $p = 1, 2, \dots, P$ ; где  $a$  – параметр взвешивания,  $a > 0$ .

Если фактор не используется, то  $a = 0$ .

**Фактор выделения АШП.** Назначается некоторое пороговое значение  $l_0$ , в пределах  $0 < l_0 < 1$ , и если  $\cos^2 \phi \leq l_0$ , то предполагается, что данная оценка корректирующей КМ содержит информацию только об АШП. Все корректирующие КМ, не удовлетворяющие данному условию, исключаются из усредняющей суммы, а остальные получают единичные веса:

$$w_{АШП}(p) = \begin{cases} 1, & \cos^2 \phi_p \geq l_0 \\ 0, & \cos^2 \phi_p < l_0 \end{cases},$$

где  $p = 1, 2, \dots, P$ .

Комплексная матрица  
размерности  $M \times M$

$$\begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \dots & r_{1M} \\ r_{21} & r_{22} & \dots & r_{2M} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{M1} & r_{M2} & \dots & r_{MM} \end{bmatrix}$$

Представление комплексной матрицы в памяти процессора  
в виде одномерного массива размерности  $2MM$

$$\text{Re}(r_{11}) \text{Im}(r_{11}) \dots \text{Re}(r_{1M}) \text{Im}(r_{1M}) \dots \text{Re}(r_{M1}) \text{Im}(r_{M1}) \dots \text{Re}(r_{MM}) \text{Im}(r_{MM})$$

Рис. 3. Представление комплексных матриц в памяти процессоров семейства TigerSHARC

Элементы ненормированного вектора коэффициентов значимости определяются как произведение двух факторов

$$\beta_{p,\text{нен}} = w_{\text{посл}}(p) w_{\text{АШП}}(p).$$

Для получения нормированных коэффициентов значимости  $\beta_p$  необходимо выполнить нормировку

$$\beta_p = K_0 \beta_{p,\text{нен}}, \quad (8)$$

где  $K_0 = \frac{L}{L_{\text{кор}} \sum_{p=1}^P \beta_{p,\text{нен}}}$  нормировочный множитель.

Затем производится усреднение всех корректирующих КМ с соответствующими коэффициентами значимости  $\beta_p$  с целью получить общую корректирующую КМ  $\hat{\mathbf{R}}_{\text{xx,кор}}^{128}$ :

$$\hat{\mathbf{R}}_{\text{xx,кор}}^{128} = \sum_{p=1}^P \beta_p \hat{\mathbf{R}}_{\text{xx},p}^{16}. \quad (9)$$

Коррекция опорной КМ  $\hat{\mathbf{R}}_{\text{xx,опор}}^{128}$  осуществляется в соответствии с коэффициентом обновления  $\alpha$ :

$$\hat{\mathbf{R}}_{\text{xx,нов}}^{128} = (1-\alpha)\hat{\mathbf{R}}_{\text{xx,опор}}^{128} + \alpha\hat{\mathbf{R}}_{\text{xx,кор}}^{128} \quad (10)$$

Получение обновленной матрицы  $\hat{\mathbf{R}}_{\lambda\lambda,\text{нов}}^{128}$  осуществ-

ляется аналогично по формулам (9) и (10), используя корректирующие КМ  $\hat{\mathbf{R}}_{\lambda\lambda,p}^{16}$ . В итоге пересчитываются

компенсационные коэффициенты по формуле (2), основываясь на обновленных значениях опорных КМ. Функциональная схема алгоритма вычисления весовых коэффициентов приведена на рис. 4, а блок-схема алгоритма вычисления коэффициентов значимости на рис. 5.

### Результаты математического моделирования. Оценка производительности программы на ЦП TS-201S

Работа предложенного алгоритма исследовалась методом математического моделирования. Параметры модели полагались следующими. ФАР имеет десять основных ( $N=10$ ) и восемь компенсационных каналов ( $M=8$ ). Весовой множитель единичной матрицы  $\gamma = 10^{-4}$ , число оценок корректирующих КМ  $P=8$ , пороговое значение критерия сходимости  $l_0 = 0.58$ , темп обновления опорной КМ  $\alpha = 0.95$ , параметр взвешивания в факторе последующей КМ  $a = 1.2$ . Отношение уровня АШП к уровню собственного шума приемного тракта основного канала составляет 60 дБ. Период зондирующих импульсов на рис. 2 составляет 200 отсчетов комплексной огибающей. В течение первых одиннадцати зондирующих импульсов (2200 дискретных отсчетов комплексной огибающей) полотно ФАР изменило азимутальное положение на  $3.8^\circ$ .

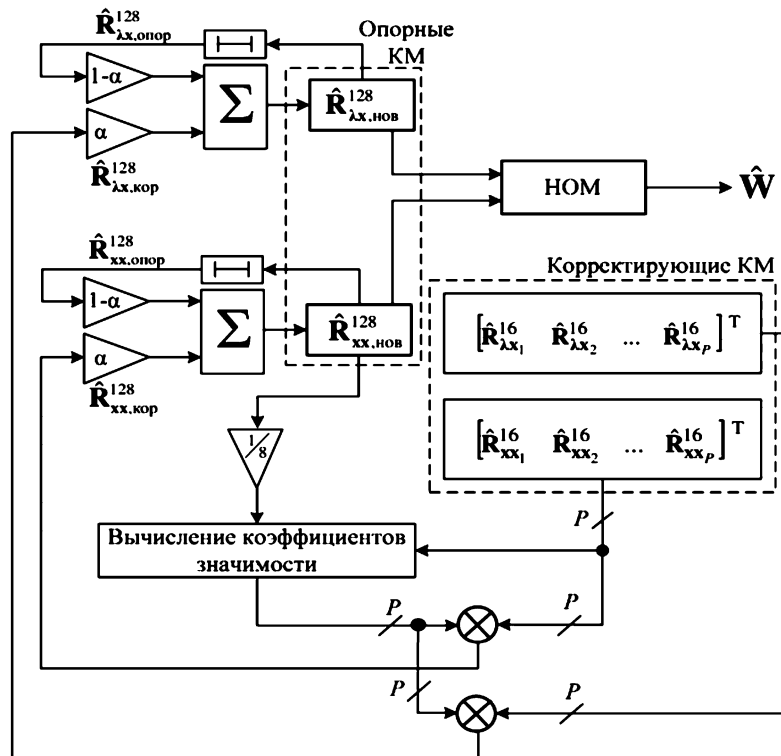


Рис. 4. Функциональная схема алгоритма

На рис. 6, а, б, в приведены результаты математического моделирования процесса компенсации, соответствующих ранее приведенному примеру на рис. 2. На рис. 6, а, б тонкими прямоугольниками (кривые 1) показаны интервалы времени, в течение которых происходит накопление КМ АШП, толстыми кривыми 2 – мгновенные значения коэффициента компенсации АШП,  $K_{\text{ком,дБ}}$ . Рис. 6, а соответствует случаю частого периодического применения метода НОМ, а рис. 6, б случаю редкого применения метода НОМ. На рис. 6, в приведена сравнительная характеристика двух вариантов реализации предложенного алгоритма обновления весовых коэффициентов, где кривая 1 аналогична рис. 6, а, б, сплошная кривая 2 изображает зависимость мгновенного коэффициента компенсации АШП для случая, когда все коэффициенты значимости корректирующих КМ одинаковы, а штрихпунктирная кривая 3 – для случая различных коэффициентов значимости, учитывающих приоритеты и факторы АШП корректирующих КМ.

Из результатов, приведенных на рис. 6, а, видно, что частое применение метода НОМ обеспечивает наиболее быстрый темп обновления весовых коэффициентов, но требует наибольшего количества вычислительных ресурсов. В случае редкого применения метода НОМ (рис. 6, б) требуется наименьшее количество вычислительных ресурсов из всех упомянутых методов, но обес-

печивается более низкий темп обновления весовых коэффициентов. Используемые на рис. 6, а, б методы обновления весовых коэффициентов обладают существенным недостатком, который заключается в вероятном получении искаженных обновленных коэффициентов, вследствие влияния помех различных видов в некоторых периодах зондирования, изображенных на рис. 2.

Результаты моделирования предложенного в данной статье алгоритма обновления весовых коэффициентов, приведенные на рис. 6, в, показывают, что использование метода НОМ в сочетании с оценками корректирующих КМ позволяет значительно уменьшить влияние помех различных видов на весовые коэффициенты компенсации АШП. Кроме того, учет упомянутых факторов АШП и приоритетов в коэффициентах значимости при указанных параметрах моделирования позволяет повысить коэффициент подавления АШП на 5 дБ по сравнению со случаем, когда все коэффициенты значимости одинаковые.

Данный алгоритм реализован на языке программирования С в ЦСП TS-201S семейства TigerSHARC. В табл. 1 приведена производительность программы в тактах процессора, рассчитанная по наблюдениям за значением в регистре CCNT0 [5] для трех режимов работы программы, описанных в таблице. При оценке производительности программы использовались те же параметры, что и в математической модели.

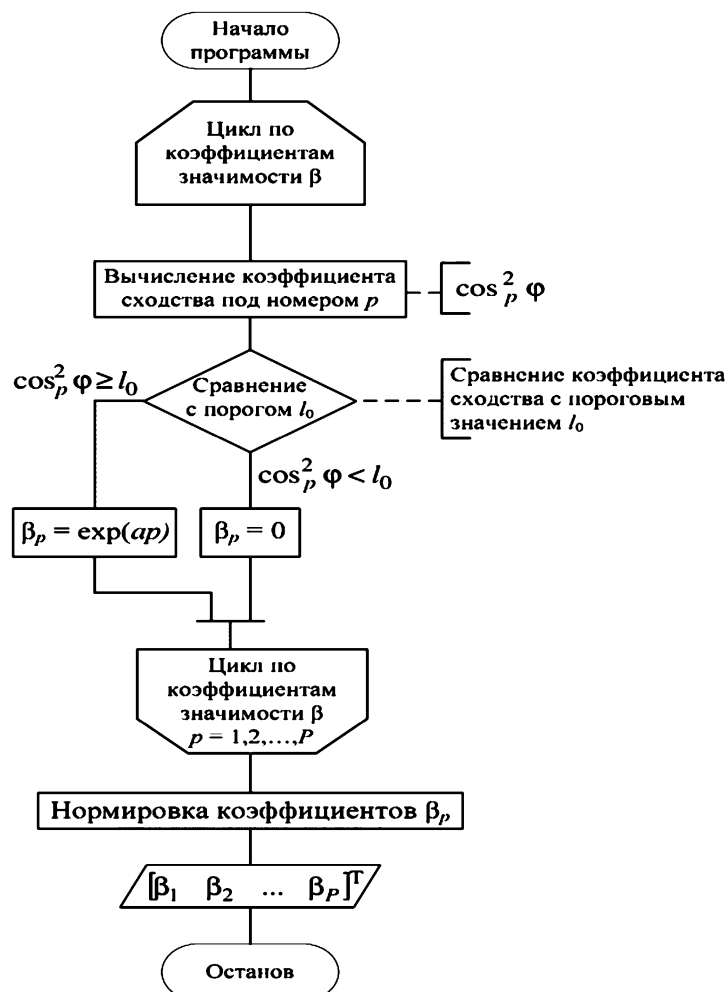


Рис. 5. Блок-схема алгоритма вычисления коэффициентов значимости

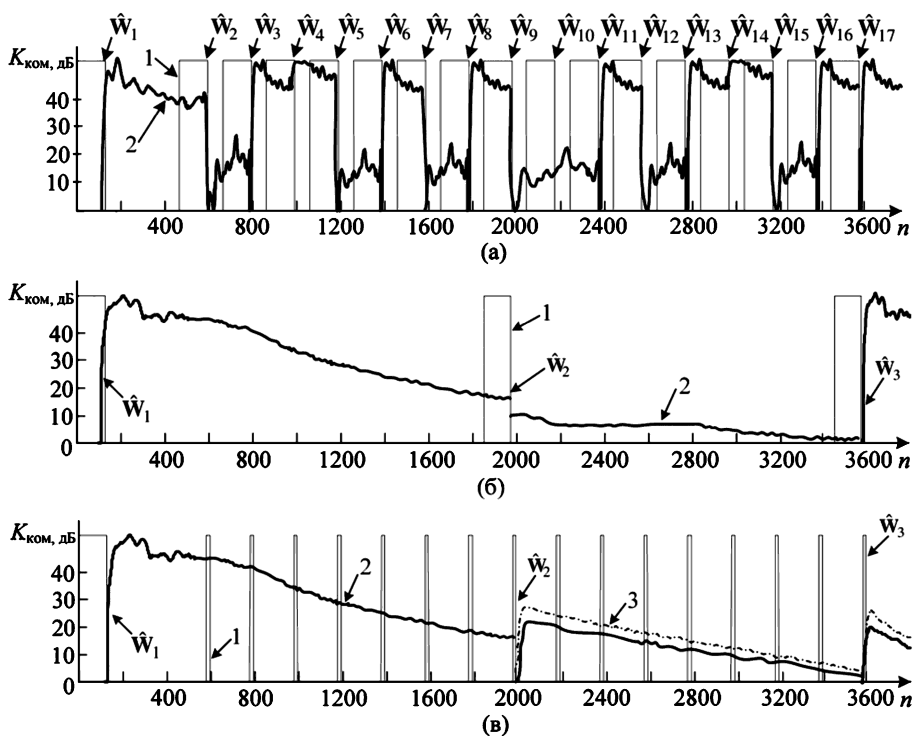


Рис. 6. Результаты математического моделирования

Таблица 1 Производительность программной реализации алгоритма на процессоре TS-201S

Режим работы	Такты процессора
Вычисление матрицы весовых коэффициентов	25046
Добавление корректирующей матрицы	1005
Процедура обновления корреляционных матриц	5069

### Заключение

Частое применение метода НОМ еще не гарантирует успешного вычисления весовых коэффициентов компенсации в связи с влиянием помех различных видов на оцениваемую КМ АШП в некоторых периодах зондирования.

Предложено дополнительно использовать корректирующие КМ, полученные из данных, взятых в каждом периоде зондирования на небольшом интервале времени, начало которого варьируется от периода к периоду. Данный прием позволяет реализовать алгоритм фильтрации и накопления полученных данных с целью получения наилучшей оценки КМ АШП.

Предложенный алгоритм, использующий факторы значимости для корректирующих КМ, обеспечивает более надежное вычисление весовых коэффициентов компенсации АШП в отличие от частого применения метода НОМ. Тем не менее, предложенный алгоритм обеспечивает меньший коэффициент компенсации АШП по сравнению с методом НОМ в случае, когда оцениваемые матрицы  $\hat{R}_{XX}^{128}$  и  $\hat{R}_{\lambda X}^{128}$  не искажены помехами других видов, в связи с тем, что метод НОМ в отличие от предложенного алгоритма является оптимальным. Такая ситуация возникает на девятнадцатом периоде зондирования

(рис. 6, б, в). Однако, если матрицы  $\hat{R}_{XX}^{128}$  и  $\hat{R}_{\lambda X}^{128}$  оказались искаженными, то предложенный алгоритм оказывается эффективнее, данная ситуация имеет место с одиннадцатого по восемнадцатый периоды зондирования (рис. 6, б, в).

### Литература

1. Уидроу Б. Адаптивная обработка сигналов: пер. с англ. / Б. Уидроу, С. Стернз; под. ред. В.В. Шахильяна. – М.: Радио и связь, 1989. – 440с.
2. Монзинго Р.А., Миллер Т.У. Адаптивные антенные решетки: Введение в теорию: Пер. с англ. – М.: Радио и связь, 1986. – 448 с.
3. Балакришнан А. Теория фильтрации Калмана: Пер. с англ. – М.: Мир, 1988. – 168 с.
4. Вержбицкий В.М. Основы численных методов: Учебник для вузов / В.М. Вержбицкий. – М.: Высш. шк., 2002. – 840 с.: ил.
5. ADSP-TS201 TigerSHARC Processor Programming Reference. Revision 1.1, April 2005. Analog Devices, Inc.

### THE REALIZATION OF WEIGHT VECTOR CALCULATION ALGORITHM FOR MULTICHANNEL JAMMER CANCELLER ON DIGITAL SIGNAL PROCESSOR TS201S

*Burov V.N., Bukvarev Ye.A.*

The algorithm of weight vector calculation in phased array radar is proposed for case non-stationary jammer environment. Mathematical modeling results are presented. The performance of program firmware for digital signal processor TS201S realizing proposed algorithm is estimated.